Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki
dla uczniów szkół podstawowych woj. śląskiego
w roku szkolnym 2020/2021

Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania

Stopień trzeci

Przy punktowaniu zadań należy stosować następujące ogólne reguły:

- Przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Punkt za wybór metody rozwiązania zadania przyznajemy, gdy uczeń zauważył wszystkie istotne własności i związki oraz zaczął je poprawnie stosować, np.: wybrał właściwy algorytm, wzór (i podstawił do niego dane liczby), w inny sposób pokazał plan rozwiązania zadania.
- Punkt za wykonanie zadania (np. obliczenie szukanej wielkości) przyznajemy tylko wtedy, gdy uczeń konsekwentnie stosuje przyjętą metodę rozwiązania (a nie zapisuje, np. ciągu przypadkowych obliczeń) i doprowadza do otrzymania ostatecznego, prawidłowego wyniku.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać proporcjonalnie mniej punktów niż wynosi ich maksymalna liczba dla tego zadania.
- Tytuł laureata uzyskują uczniowie, którzy otrzymali 54 punkty lub więcej.

Zadanie 1. *Za każde poprawnie uzupełnione pole przyznajemy 1 punkt, w sumie* ***21 punktów.***

			1		
			2,		
a)			**6**		
b)	4	0	**4**		
c)			**3**	1	
d)			**1**		
e)		5	**5**		
f)			**4**		
g)		9	**2**		
h)			**8**		
i)		4	**9**		
j)			**4**		
k)			**3**		
l)		1	**0**	0	
m)			**9**		
n)	1	0	**2**		
o)		**0,**	**6**	6	7
p)		3	**3**		
q)	9	9	**4**		
r)	1	2	**0**		
s)		5	**2**		
t)		4	**8**	0	
u)	2	0	**7**	6	

Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt, czyli w sumie ***5 punktów.***

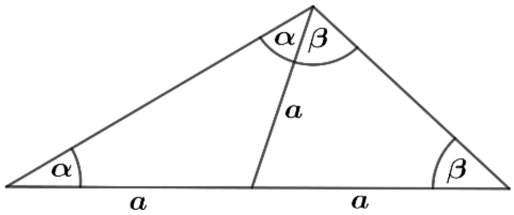
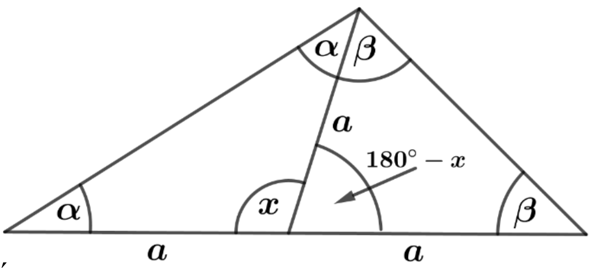
Zad. 2.	**Zad. 3**	**Zad. 4**	**Zad. 5.**	**Zad. 6.**
B	C	A	B	C

Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt, czyli w sumie ***15 punktów.***

Zadanie	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
I	F	P	F	F	P
II	P	P	P	P	F
III	P	F	F	P	F

Zad.	Szkice rozwiązań	Schemat punktowania	Liczba punktów
12.	x – liczba uczniów, którzy zgłosili się w pierwszym terminie $x + 0{,}08x$ – liczba wszystkich uczestników Przypuśćmy, że osiągnięto limit 100 osób, wtedy: $x + 0{,}08x = 100$ $x = 92{,}5...$ (1) Liczba x musi być całkowita i dodatnia, zatem rozważamy zbiór $\{1, 2, \ldots, 92\}$. (2) Ponadto liczba x musi dzielić się przez 25 (bo $8\% = \frac{2}{25}$), więc pozostają liczby $\{25, 50, 75\}$. (3) Liczba x musi być parzysta, bo wskazano, że połowa tej liczby uczniów przystępowała do konkursu pierwszy raz, zatem jedynym rozwiązaniem jest $x = 50$. Odp.: Do konkursu zgłosiło się 50 uczniów.	***1 p.*** *– za opisanie liczby wszystkich uczestników za pomocą wyrażenia algebraicznego.* ***2 p.*** *– za poprawny sposób ustalenia liczby uczestników z uwzględnieniem warunków,* $1{,}08x \le 100$ *i* $x \in N_+$ ***3 p.*** *– za poprawny sposób ustalenia liczby uczestników z uwzględnieniem podzielności tej liczby przez 50 (parzysta i podzielna przez 25).* ***4 p.*** *– poprawne obliczenie ilu uczniów zgłosiło się do konkursu*	***4 p.***
13.	a_M– bok małego trójkąta $h = 5\sqrt{3}$ - wysokość małego trójkąta $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $5\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $a_M = 10$ $P_M = \frac{a_M^2\sqrt{3}}{4}$ $P_M = \frac{10^2\sqrt{3}}{4}$ $P_M = 25\sqrt{3}$ a_D – bok dużego trójkąta $P_D = \frac{a_D^2\sqrt{3}}{4}$ $P_D = \frac{24^2\sqrt{3}}{4}$ $P_D = 144\sqrt{3}$ $P_{GHECD} = 144\sqrt{3} - 2 \cdot 25\sqrt{3} = 94\sqrt{3}$	***1 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia długości boku małego trójkąta.* ***2 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia pola małego trójkąta.* ***3 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia pola trójkąta ABC.* ***4 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia pola pięciokąta.* ***5 p.*** *– za poprawne obliczenie pola pięciokąta.*	***5 p.***

Zad.	Szkice rozwiązań	Schemat punktowania	Liczba punktów
	Odp. Pole pięciokąta wynosi $94\sqrt{3}$ [j^2].		
14.	x – bok sześcianu y – przekątna podstawy (dwa połączone kwadraty) prostopadłościanu $(2x)^2 + x^2 = y^2$ $y^2 + x^2 = \|AB\|^2 \quad \Rightarrow \quad y^2 + x^2 = \left(7\sqrt{6}\right)^2$ $(2x)^2 + x^2 + x^2 = \left(7\sqrt{6}\right)^2$ $x = 7$ $V = 2x \cdot x \cdot x$ $V = 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ $V = 686$ Odp. Objętość powstałej bryły wynosi 686 [j^3].	***1 p.*** *– za poprawny sposób wyznaczenia przekątnej podstawy prostopadłościa-nu.* ***2 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia krawędzi sześcianu.* ***3 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia objętości bryły.* ***4 p.*** *– za poprawne obliczenie objętości bryły.*	***4 p.***
15.	**I sposób** x – liczba użytych klocków $30\% \cdot 3000 = 900$ – liczba białych klocków w zestawie $\frac{900-x}{3000-x} = 0,2$ $x = 375$ Odp. Michał użył 375 klocków. **II sposób** x – liczba pozostałych, białych klocków $30\% \cdot 3000 = 900$ – liczba białych klocków w zestawie $\frac{x}{3000-(900-x)} = 0,2$ $x = 525$ 900 – 525 = 375 Odp. Michał użył 375 klocków.	***1 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia liczby białych klocków.* ***2 p.*** *– za poprawny sposób obliczenia liczby użytych albo pozostałych klocków.* ***3 p.*** *– za poprawne obliczenie liczby użytych klocków.*	***3 p.***

Zad.	Szkice rozwiązań	Schemat punktowania	Liczba punktów
16.	**I sposób**  Środkowa dzieli trójkąt na dwa trójkąty równoramienne, zatem kąty przy podstawach tych trójkątów są parami równe. Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta wynosi 180°, więc: $\alpha+\beta+\beta+\alpha=180^\circ$ $\alpha+\beta=90^\circ$ Kąt, z którego wyprowadzono środkową jest kątem prostym. **II sposób**  Środkowa dzieli trójkąt na dwa trójkąty równoramienne, zatem kąty przy podstawach tych trójkątów są parami równe. $\alpha=0,5\left(180^\circ-x\right)=90^\circ-0,5x$ $\beta=0,5\left(180^\circ-\left(180^\circ-x\right)\right)=0,5x$ $\alpha+\beta=90^\circ$	***1 p.** – za zauważenie, że środkowa dzieli trójkąt na dwa trójkąty równoramienne.* ***2 p.** – za wykorzystanie własności sumy miar kątów wewnętrznych w trójkącie.* ***3 p.** – za uzasadnienie, że trójkąt jest prostokątny.*	***3 p.***