

**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki
dla uczniów szkół podstawowych woj. śląskiego
w roku szkolnym 2020/2021**

Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania

Stopień drugi

Przy punktowaniu zadań należy stosować następujące ogólne reguły:

- Przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Punkt za wybór metody rozwiązania zadania przyznajemy, gdy uczeń zauważył wszystkie istotne własności i związki oraz zaczął je poprawnie stosować, np.: wybrał właściwy algorytm, wzór (i podstawił do niego dane liczby), w inny sposób pokazał plan rozwiązania zadania.
- Punkt za wykonanie zadania (np. obliczenie szukanej wielkości) przyznajemy tylko wtedy, gdy uczeń konsekwentnie stosuje przyjętą metodę rozwiązania (a nie zapisuje, np. ciągu przypadkowych obliczeń) i doprowadza do otrzymania ostatecznego, prawidłowego wyniku.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać proporcjonalnie mniej punktów niż wynosi ich maksymalna liczba dla tego zadania.
- Do następnego etapu zostają zakwalifikowani przez Wojewódzką Komisję Konkursową uczniowie, którzy uzyskali 51 punktów lub więcej.

Zadanie 1. Za każde poprawnie uzupełnione pole przyznajemy 1 punkt, w sumie 21 punktów.

| | | | | |
|----|----|----|---|---|
| | | 1 | | |
| | | 2, | | |
| | a) | 6 | | |
| b) | 2 | 4 | | |
| | c) | 1 | 4 | 4 |
| d) | 4 | 0 | | |
| e) | 1 | 6 | | |
| | f) | 8 | | |
| g) | 2 | 6 | | |
| | h) | 4 | | |
| i) | 1 | 8 | | |
| | j) | 6 | 4 | |
| k) | 1 | 1 | 3 | |
| | l) | 2 | 0 | 0 |
| m) | 3 | 5 | 7 | |
| | n) | 2 | 0 | |
| | o) | 5 | | |
| p) | 1 | 5 | | |
| | q) | 1 | 2 | |
| | r) | 7 | | |
| s) | 3 | 7 | | |
| t) | 1 | 9 | 0 | 5 |
| u) | 1 | 8 | | |

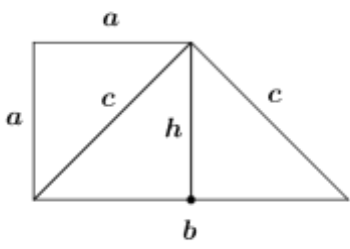
Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt, czyli w sumie 4 punkty.

| | | | |
|----------------|---------------|---------------|----------------|
| Zad. 2. | Zad. 3 | Zad. 4 | Zad. 5. |
| A | B | D | C |

Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt, czyli w sumie 18 punktów.

| | | | | | | |
|----------------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| Zadanie | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| I | P | P | P | P | P | P |
| II | P | P | P | F | F | P |
| III | P | P | F | F | F | F |

| Zad. | Szkice rozwiązań | Schemat punktowania | Liczba punktów |
|------|---|--|----------------|
| 12. | $\frac{x+1}{3} - \frac{2x-a}{5} = 1, x = 1$ $\frac{1+1}{3} - \frac{2 \cdot 1 - a}{5} = 1$ $a = \frac{11}{3}$ $a = 3\frac{2}{3}$ <p>Odp. Wartość a wynosi $\frac{11}{3}\left(3\frac{2}{3}\right)$</p> | <p>1 p. – za poprawną metodę obliczenia wartości a (przekształcenia równania).</p> <p>1 p. – za poprawne obliczenie wartości $a \left(\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}\right)$.</p> | 2 p. |
| 13. | <p>a – pierwotna liczba sprzedanych biletów $a + \frac{x}{100}a$ – oczekiwana liczba sprzedanych biletów</p> $\left(a + \frac{x}{100}a\right) \cdot 80 = a \cdot 100$ $x = 25$ <p>Odp. Liczba sprzedanych biletów powinna zwiększyć się o 25%.</p> | <p>1 p. – za poprawne zapisanie wartości sprzedanych biletów po obniżce ceny.</p> <p>1 p. – za poprawną metodę obliczania procentu (ułamek) opisującego oczekiwaną zmianę liczby biletów.</p> <p>1 p. – za poprawne obliczenie szukanego procentu (25%).</p> | 3 p. |
| 14. | <p>I sposób Obliczamy pole trapezu o podstawach 2 i 6 oraz wysokości $2\sqrt{3}$:</p> $P_{\text{trapezu}} = \frac{2+6}{2} \cdot 2\sqrt{3}$ $P_{\text{trapezu}} = 8\sqrt{3}$ <p>Pole siedmiokąta jest równe różnicy pól trapezu i trójkąta równobocznego o boku 2 cm:</p> $P_{\text{siedmiokąta}} = 8\sqrt{3} - \frac{2^2\sqrt{3}}{4}$ $P_{\text{siedmiokąta}} = 7\sqrt{3}$ <p>Odp.: Pole siedmiokąta ABCDSEF jest równe $7\sqrt{3}$ cm².</p> <p>II sposób Siedmiokąt można podzielić na siedem przystających trójkątów równobocznych o boku 2 cm, zatem:</p> $P_{\text{siedmiokąta}} = 7 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4}$ $P_{\text{siedmiokąta}} = 7\sqrt{3}$ <p>Odp.: Pole siedmiokąta ABCDSEF jest równe $7\sqrt{3}$ cm².</p> | <p>1 p. – za poprawną metodę obliczenia pola jednego z czworokątów, składających się na siedmiokąt (trapezu, równoległoboku).</p> <p>1 p. – za poprawną metodę obliczenia pola siedmiokąta.</p> <p>1 p. – za poprawne obliczenie pola siedmiokąta ($7\sqrt{3}$).</p> | 3 p. |

| Zad. | Szkiecy rozwiązań | Schemat punktowania | Liczba punktów |
|------|--|---|----------------|
| | <p>III sposób</p> $h_{\text{równoległoboku}} = h_{\text{trójkąta}} = \sqrt{3} \text{ cm}$ $P_{\text{trójkąta}} = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ cm}^2$ <p>Pole siedmiokąta jest równe 2 razy pole równoległoboku minus pole trójkąta równobocznego o boku 2 cm:</p> $P = 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = 7\sqrt{3} \text{ cm}^2$ <p> Odp.: Pole siedmiokąta ABCDSEF jest równe $7\sqrt{3} \text{ cm}^2$.</p> | | |
| 15. |  $\frac{a + 2a}{2} a = 54$ $a = 6$ $h = a \quad h = 6$ $b = 2a \quad \text{zatem: } b = 12$ $c = a\sqrt{2} \quad c = 6\sqrt{2}$ $O = a + a + b + c$ $O = 6 + 6 + 12 + 6\sqrt{2}$ $O = 24 + 6\sqrt{2}$ <p> Odp. Obwód trapezu wynosi $24 + 6\sqrt{2} \text{ cm}$.</p> | <p><i>1 p.</i> – za zauważenie zależności pomiędzy krótszą podstawą, a wysokością trapezu i jego dłuższą podstawą.</p> <p><i>1 p.</i> – za metodę obliczenia długości krótszej podstawy albo wysokości.</p> <p><i>1 p.</i> – za metodę obliczenia długości krótszej przekątnej.</p> <p><i>1 p.</i> – za poprawne obliczenie obwodu trapezu.</p> | 4 p. |
| 16. | <p>v_1, s_1, t_1 – prędkość, droga i czas jazdy przed przerwą</p> <p>v_2, s_2, t_2 – prędkość, droga i czas jazdy po przerwie</p> <p>$v = v_1$ – prędkość zakładana</p> $s_1 = \frac{5}{8} \cdot 32 = 20 \text{ [km]},$ $s_2 = 32 - 20 = 12 \text{ [km]}$ $v = v_1 = \frac{32}{2\frac{2}{3}} = 12 \text{ [km/h]}$ $t_1 = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \text{ [h]}$ | <p><i>1 p.</i> – za metodę obliczenia dróg przebytych przed i po przerwie.</p> <p><i>1 p.</i> – za metodę obliczenia zakładanej prędkości.</p> <p><i>1 p.</i> – za metodę obliczenia czasu jazdy przed przerwą.</p> <p><i>1 p.</i> – za metodę obliczenia czasu jazdy po przerwie.</p> <p><i>1 p.</i> – za poprawne obliczenie prędkości po przerwie.</p> | 5 p. |

| Zad. | Szkice rozwiązań | Schemat punktowania | Liczba punktów |
|------|---|---------------------|----------------|
| | $t_2 = 2\frac{2}{3} - \frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ [h]}$ $v_2 = \frac{12}{\frac{2}{3}} = 18 \text{ [km/h]}$ <p>Odp. Pozostałą trasę rodzina musi przejechać z prędkością 18 km/h.</p> | | |