Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki
dla uczniów szkół podstawowych woj. śląskiego
w roku szkolnym 2019/2020

Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania

Stopień rejonowy

Przy punktowaniu zadań należy stosować następujące ogólne reguły:

- Przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Punkt za wybór metody rozwiązania zadania przyznajemy, gdy uczeń zauważył wszystkie istotne własności i związki oraz zaczął je poprawnie stosować, np.: wybrał właściwy algorytm, wzór (i podstawił do niego dane liczby), w inny sposób pokazał plan rozwiązania zadania.
- Punkt za wykonanie zadania (np. obliczenie szukanej wielkości) przyznajemy tylko wtedy, gdy uczeń konsekwentnie stosuje przyjętą metodę rozwiązania (a nie zapisuje, np. ciągu przypadkowych obliczeń) i doprowadza do otrzymania ostatecznego, prawidłowego wyniku.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy, inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać proporcjonalnie mniej punktów niż wynosi ich maksymalna liczba dla tego zadania.
- Do następnego etapu zostają zakwalifikowani przez Wojewódzką Komisję Konkursową uczniowie, którzy uzyskali 51 punktów lub więcej.

Zadanie 1. *Za każde poprawnie uzupełnione pole przyznajemy 1 punkt, w sumie* ***20 punktów****.*

			4		
			4,		
a)			**9**	1	
b)			**4**		
c)			**4**		
d)			**4**		
e)	3	2	**1**		
f)		2	**0**		
g)		8	**1**		
h)		6	**0**		
i)		1	**8**		
j)		1	**4**	8	9
k)	9	7	**8**		
l)	**9**	6	**8**	0	0
m)		1	**4**	4	
n)		3	**6**		
o)			**2**		
p)		1	**1**	0	0
q)		2	**8**		
r)			**5**		
s)		1	**5**		
t)		4	**0**		

Zad. 2.	**Zad. 3**	**Zad. 4**	**Zad. 5**	**Zad. 6**	**Zad. 7**	**Zad. 8**
B	A	C	C	C	B	A

Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt, czyli w sumie ***7 punktów.***

Zadanie	**9**	**10**	**11**	**12**
I	F	P	P	F
II	P	P	F	P
III	P	F	P	P
IV	F	F	P	F

Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt, czyli w sumie ***16 punktów.***

Zad.	Szkice rozwiązań	Schemat punktowania	Liczba punktów
13.	**I sposób** x – długość boku odciętego trójkąta Bok dużego trójkąta jest podzielony na trzy odcinki o długościach: x, $10 - 2x$, x. Suma obwodów odciętych trójkątów wynosi $9x$. Obwód sześciokąta, to: $3x + 3(10 - 2x) = 3x + 30 - 6x = 30 - 3x$ Obwody są równe, zatem: $9x = 30 - 3x$ $x = 2,5$ **II sposób** x – długość boku odciętego trójkąta y – długość drugiego boku sześciokąta $3 \cdot 3x = 3x + 3y$ $y = 2x$ $2x + y = 2x + 2x = 4x$ $4x = 10$ $x = 2\frac{1}{2}$ Odp. Długość boku odciętego trójkąta wynosi $2\frac{1}{2}$ cm.	***1 p.*** *– za poprawne ustalenie zależności między długością boku odciętego trójkąta a długością drugiego boku sześciokąta.* ***1 p.*** *– za poprawną metodę obliczenia długości boku odciętego trójkąta.* ***1 p.*** *– obliczenie długości boku odciętego trójkąta (2,5 cm).*	***3 p.***
14.	a, b, c – długości krawędzi prostopadłościanu 1 litr = 1000 cm^3 $V = abc$ $2ab = 1000$ $4ac = 1000$ $5bc = 1000$ Stąd otrzymujemy: $ab = 500$ $ac = 250$, $bc = 200$ zatem $P_c = 2(500 + 250 + 200) = 1900 \text{ cm}^2$. Odp. Pole powierzchni wewnętrznej prostopadłościanu wynosi 1900 cm^2.	***1 p.*** *– za poprawną metodę obliczenia pola ściany bocznej.* ***1 p.*** *– za poprawną metodę obliczania pola powierzchni wewnętrznej prostopadłościanu.* ***1 p.*** *– za poprane obliczenie pola powierzchni wewnętrznej prostopadłościanu (1900 $cm)^2$.*	***3 p.***

<table>
<tr><th>Zad.</th><th>Szkice rozwiązań</th><th>Schemat punktowania</th><th>Liczba punktów</th></tr>
<tr><td>15.</td><td>12 min = $\frac{1}{5}$ h
s – droga z domu do szkoły
$s = 20 \cdot \frac{1}{5} = 4\,[\text{km}]$
t_J – czas przejazdu do szkoły Jasia
$t_J = 4:18 = \frac{2}{9}$ [h] = $13\frac{1}{3}$ [min]
$13\frac{1}{3} - 12 = 1\frac{1}{3}$ [min]
Odp. Kamil dojechał do szkoły $1\frac{1}{3}$ minuty wcześniej od brata.</td><td>1 p. – za poprawną metodę obliczenia drogi z domu do szkoły.
1 p. – za poprawną metodę obliczenia czasu przejazdu do szkoły Jasia.
1 p. – za poprawne obliczenie różnicy czasu (z prawidłową zamianą jednostek).
1 p. – za poprawny wniosek (odpowiedź)</td><td>4 p.</td></tr>
<tr><td>16.</td><td>W klasie 8a liczba wszystkich uczniów dzieli się przez 5, a w 8b – przez 9.
Rozpatrzmy wszystkie możliwe liczby uczniów zgodnie z warunkami zadania (tworzymy wszystkie możliwe sumy większe od 40 i mniejsze od 50, sprawdzając, czy ich wartość jest liczbą pierwszą:
<table>
<tr><th></th><th>15</th><th>20</th><th>25</th><th>30</th><th>35</th></tr>
<tr><td>18</td><td><40</td><td><40</td><td>43</td><td>48</td><td>>50</td></tr>
<tr><td>27</td><td><40</td><td>47</td><td>>50</td><td>>50</td><td>>50</td></tr>
<tr><td>36</td><td>>50</td><td>>50</td><td>>50</td><td>>50</td><td>>50</td></tr>
<tr><td>45</td><td>>50</td><td>>50</td><td>>50</td><td>>50</td><td>>50</td></tr>
</table>
Liczby pierwsze spełniające warunki zadania to: 41,43,47.Z analizy zadania wynika, że mamy dwie takie sumy: 43 i 47.jednak w kl.8a jest mniej uczniów niż w kl.8b, zatem jedyną sumą, która spełnia podane warunki, jest 20 + 27.

Odp. Klasa 8a liczy 20 uczniów, a klasa 8b liczy 27 uczniów.</td><td>1 p. – za ustalenie, że w klasie 8a liczba wszystkich uczniów dzieli się przez 5, a w 8b przez 9.
1 p. – za poprawną metodę ustalania liczby uczniów w obu klasach, spełniających warunki zadania.
1 p. – za podanie prawidłowej liczby uczniów w obu klasach 20 i 27).</td><td>3 p.</td></tr>
<tr><td>17.</td><td>Trójkąt EFB jest połową trójkąta równobocznego o boku długości 14 cm, więc: $|EF| = 14$ cm, $|FB| = 7$ cm, $|EB| = 7\sqrt{3}$ cm.
Zatem
$|ED|^2 = 14^2 + \left(7\sqrt{3}\right)^2$
$|DE| = 7\sqrt{7}$ cm .

Odp. Długość odcinak DE wynosi $7\sqrt{7}$ cm.</td><td>1 p. – za poprawny rysunek uwzględniający wszystkie dane z treści zadania.
1p. za poprawną metodę obliczenia długości boków EB i BF.
1p. – za poprawną metodę obliczenia długości boku DE.
1p. – za poprawne obliczenie długości boku DE ($7\sqrt{7}$ cm^2).</td><td>4 p.</td></tr>
</table>