

**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki
dla uczniów szkół podstawowych woj. śląskiego
w roku szkolnym 2018/2019**

Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania

Stopień szkolny

Przy punktowaniu zadań należy stosować następujące ogólne reguły:

- Przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Punkt za wybór metody rozwiązania zadania przyznajemy, gdy uczeń zauważył wszystkie istotne własności i związki oraz zaczął je poprawnie stosować, np.: wybrał właściwy algorytm, wzór (i podstawił do niego dane liczby), w inny sposób pokazał plan rozwiązania zadania.
- Punkt za wykonanie zadania (np. obliczenie szukanej wielkości) przyznajemy tylko wtedy, gdy uczeń konsekwentnie stosuje przyjętą metodę rozwiązania (a nie zapisuje np. ciągu przypadkowych obliczeń) i doprowadza do otrzymania ostatecznego, prawidłowego wyniku.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać proporcjonalnie mniej punktów, niż wynosi ich maksymalna liczba dla tego zadania.
- Do następnego etapu zostają zakwalifikowani przez Wojewódzką Komisję Konkursową uczniowie, którzy uzyskali 51 punktów lub więcej.

Zadanie 1. *Za każde poprawnie uzupełnione pole –1 punkt, czyli 18 punktów*

			2,		
a)	1	6	4	7	0
			b)	1	9
			c)	8	
d)	1,	1	2	5	
	e)	1	8		
	f)	1	1	1	
	g)	3	8	4	0
	h)		2	0	0
	i)		8	0	
	j)		4	1	
	k)	9	5	9	
	l)		9		
	m)		0		
n)	3	2	4		
	o)		5	0	0
	p)		2	7	
q)	3	3	3		
r)	6	2	5		

Zad. 2	Zad. 3	Zad. 4	Zad. 5	Zad. 6	Zad. 7	Zad. 8	Zad. 9
C	D	C	A	C	B	D	A

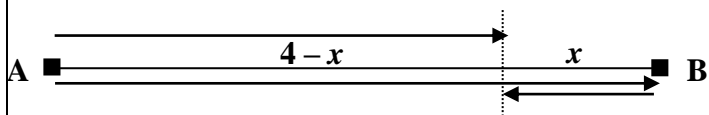
Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt czyli w sumie 8 punktów.

Zadanie	10	11	12	13	14
Odpowiedź I	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ
Odpowiedź II	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ
Odpowiedź III	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ
Odpowiedź IV	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA

Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy 1 punkt, czyli w sumie 20 punktów.

Zad.	Szkice rozwiązań				Schemat punktowania	Liczba punktów																
15	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;">planowali jechać na wycieczkę</td> <td style="width: 15%;">pojechali na wycieczkę</td> <td style="width: 15%;">sprawdzenie liczba uczniów, którzy pojechali na wycieczkę</td> </tr> <tr> <td>liczba chłopców</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">9</td> </tr> <tr> <td>liczba dziewcząt</td> <td style="text-align: center;">$2x$</td> <td style="text-align: center;">$2x - 3$ $x + 6$</td> <td style="text-align: center;">$18 - 3$</td> </tr> <tr> <td>razem</td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">24</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 10px;">$2x - 3 = x + 6$</p> <p>$x = 9$</p> <p>$9 + (2 \cdot 9 - 3) = 24$</p> <p>Na wycieczkę pojechało 24 uczniów.</p>					planowali jechać na wycieczkę	pojechali na wycieczkę	sprawdzenie liczba uczniów, którzy pojechali na wycieczkę	liczba chłopców	x	x	9	liczba dziewcząt	$2x$	$2x - 3$ $x + 6$	$18 - 3$	razem			24	<p><i>1 p.</i> za poprawne zapisanie wyrażień oznaczających liczbę dziewcząt i chłopców, którzy planowali jechać i którzy pojechali na wycieczkę.</p> <p><i>2 p.</i> za poprawnie zapisane równanie lub za obliczenia liczby chłopców lub dziewcząt, którzy mieli jechać lub pojechali na wycieczkę lub poprawną metodę obliczenia liczby uczniów, którzy pojechali na wycieczkę</p> <p><i>3 p.</i> za poprawne obliczenie liczby uczniów, którzy pojechali na wycieczkę.</p>	3 p.
	planowali jechać na wycieczkę	pojechali na wycieczkę	sprawdzenie liczba uczniów, którzy pojechali na wycieczkę																			
liczba chłopców	x	x	9																			
liczba dziewcząt	$2x$	$2x - 3$ $x + 6$	$18 - 3$																			
razem			24																			
16	<p>Trójkąt DBC równoramienny. Podstawą jest odcinek CB. Kąty przy podstawie w trójkącie równoramiennym mają równe miary, więc kąt DCB ma miarę 40°. Jest to jednocześnie kąt między ramionami trójkąta ABC. Obliczamy miary kątów przy podstawie trójkąta ABC:</p> <p>$(180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$</p> <p>Kąty przy podstawie AB mają miary po 70°. Obliczamy miarę kąta ABD:</p> <p>$70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$</p> <p>Odp. Miara kąta ABD jest równa 30°.</p>				<p><i>1 p.</i> za poprawny rysunek oraz zapisanie miar kątów przy równych ramionach w trójkącie $BDC(40^\circ, 40^\circ)$</p> <p><i>2 p.</i> za obliczenie lub zapisanie miary kąta ABC lub miary kąta CAB</p> <p><i>3 p.</i> za obliczenie miary kąta ABD</p>	3 p.																

17	<p>Punkt E jest środkiem boku AB więc $AE = EB = 8$ cm Trójkąt AED jest prostokątny. Wprowadźmy oznaczenie $DE = h$ Na podstawie twierdzenia Pitagorasa mamy $h^2 = 10^2 - 8^2$ Stąd $h = 6$ cm Przekątna DB jest przeciwprostokątną trójkąta DEB, w którym długości przyprostokątnych wynoszą 8 cm i 6 cm. Korzystając z tw. Pitagorasa otrzymujemy $DE ^2 + EB ^2 = BD ^2$ $BD ^2 = 6^2 + 8^2$ $BD = 10$ cm Przedłużamy bok AB i z wierzchołka C rysujemy wysokość CF, F należy do prostej AB. Trójkąt AFC jest prostokątny o przyprostokątnych AF i CF. Przeciwprostokątna AC jest drugą przekątną równoległoboku.</p> <p>$AF = 16 + 8 = 24$ i $CF = 6$ Korzystamy z tw. Pitagorasa</p> <p>$AF ^2 + CF ^2 = AC ^2$</p> <p>$AC ^2 = 24^2 + 6^2 = 612$</p> <p>$AC = \sqrt{612} = 6\sqrt{17}$</p> <p>Odp. Długości przekątnych wynoszą 10 cm i $6\sqrt{17}$ cm.</p>	<p>1 p. za poprawną metodę obliczenia wysokości 2 p. za poprawną metodę obliczenia wysokości i za poprawną metodą obliczenia jednej przekątnej 3p. za poprawną metodę obliczenia wysokości i za poprawną metodą obliczenia 2 przekątnych 4 p. za poprawne obliczenie wysokości i 2 przekątnych.</p> <p>Uwaga:</p> <p>wynik $AC = \sqrt{612}$ akceptujemy.</p>	4 p.
----	---	---	------



x – długość drogi przebytej przez szybszego biegacza od punktu B do punktu mijania.

$4 + x$ – droga szybszego biegacza z punktu A do B i spowrotem do punktu mijania.

$4 - x$ – droga wolniejszego biegacza z punktu A do punktu mijania.

Czas biegu t od wyruszenia do momentu mijania jest ten sam dla obu biegaczy.

$t = \frac{4+x}{12}$ – zależność czasu, drogi i prędkości dla

szybszego biegacza

$t = \frac{4-x}{8}$ – zależność czasu, drogi i prędkości dla

wolniejszego biegacza

$$\frac{4+x}{12} = \frac{4-x}{8}$$

$$32 + 8x = 48 - 12x$$

$$20x = 16$$

$$x = 0,8 \text{ km}$$

$$t = \frac{4-0,8}{8} = 0,4 \text{ h} = 24 \text{ min}$$

Odp. Biegacze spotkali się na trasie po 24 minutach biegu w odległości 0,8 km od punktu B.

1 p. – opisanie drogi wyrażeniami z jedną niewiadomą

2 p. – zapisanie zależności czasu od drogi i prędkości dla przynajmniej jednego biegacza

3 p. – zapisanie równania z jedną niewiadomą lub obliczenie drogi od B lub od A do punktu mijania lub obliczenie czasu biegu do punktu mijania

4 p. – obliczenie czasu biegu do momentu spotkania (24 min) i obliczenie odległości miejsca spotkania od punktu B (0,8 km).

4 p.

UWAGA!

W każdym zadaniu otwartym od 15. do 18. za błędy rachunkowe odejmujemy 1 punkt.