



## Zadania zamknięte – klucz punktowania

Za każde poprawnie zaznaczone wskazanie 1 punkt, czyli w sumie 27 punktów.

Zadanie	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odpowiedź I	P	P	P	P	P	F	P	P	P
Odpowiedź II	F	P	P	P	P	P	P	P	F
Odpowiedź III	P	P	F	F	F	P	F	F	F

## Zadania otwarte - przykładowe rozwiązania

### Zadanie 11.

#### *I sposób*

Wyższy brat	Niższy brat
$w$ – długość kroku wyższego brata	$0,8w$ – długość kroku niższego brata
$x$ – liczba kroków zrobionych przez wyższego brata w drodze z domu do szkoły (w czasie $t$ )	$1,25x$ – liczba kroków zrobionych przez niższego brata (w tym samym czasie $t$ )
$s = w \cdot x$ – droga przebyta przez wyższego brata z domu do szkoły	$s' = 0,8w \cdot 1,25x$ – droga przebyta przez niższego brata (w tym samym czasie $t$ )
	$s' = w \cdot x = s$

#### *II sposób*

$d$  – dystans pokonany po postawieniu jednego kroku przez wyższego brata

W tym samym czasie niższy brat zrobi 1,25 kroku i pokona:  $0,8d + 0,25 \cdot 0,8d = 1d$ .

Wniosek: w tym samym czasie bracia pokonują ten sam dystans.

**Odp.** Bracia przybyli do szkoły razem (po tym samym czasie).

### Zadanie 12.

$x$  – długość trzeciego boku trójkąta; założenie:  $x > 0$

$(3x - 2)$  – długość drugiego boku trójkąta; założenie:  $3x - 2 > 0 \Rightarrow x > \frac{2}{3}$

10 – długość pierwszego boku trójkąta

Dla każdej pary boków spełniona jest nierówność trójkąta, zatem:

$$x + 10 > 3x - 2$$

$$x < 6$$

$$x + (3x - 2) < 10$$

$$x > 3$$

$$10 + (3x - 2) > x$$

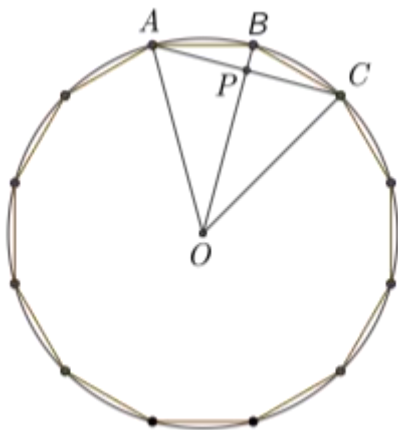
$$x > -4$$

Zatem  $x > 3$  i  $x < 6$ .

$x$  może przyjąć dwie wartości naturalne: 4 lub 5, wtedy drugi bok trójkąta ma odpowiedni długość:  
 $3 \cdot 4 - 2 = 10$  lub  $3 \cdot 5 - 2 = 13$ .

**Odp.** Trzeci bok trójkąta może być liczbą jednocześnie większą od 3 i mniejszą od 6.  
 Istnieją dwa trójkąty, spełniające warunki zadania, których boki są liczbami naturalnymi.

**Zadanie 13.**



**I sposób**

$\triangle ACO$  jest równoboczny.

$$|OP| = \frac{6\sqrt{3}}{2}$$

$$|PB| = |OB| - |OP| = 6 - \frac{6\sqrt{3}}{2}$$

$$P_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} |PB| \cdot |AC| = \frac{1}{2} \cdot \left(6 - \frac{6\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 6 = 18 - 9\sqrt{3}$$

$$P_{\triangle BCO} = P_{\triangle ACO} + P_{\triangle ACB} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} + (18 - 9\sqrt{3}) = 18$$

$$P = 6 \cdot 18 = 108$$

**II sposób**

$\triangle ACO$  jest równoboczny.

$$|PA| = 0,5 \cdot |AC| = 3$$

$$P_{\triangle OBA} = \frac{1}{2} |OB| \cdot |PA|$$

$$P_{\triangle OBA} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$$

$$P = 12 \cdot 9 = 108$$

Odp. Pole dwunastokąta wynosi  $108 \text{ cm}^2$ .

**Zadanie 14.**

$w$  – liczba wiśni w sadzie

$c$  – liczba czereśni w sadzie

**I sposób**

$$w + 0,24w + c = 1,03 \cdot (w + c)$$

$$w = \frac{1}{7}c$$

$$\frac{c}{w + c} = \frac{c}{\frac{1}{7}c + c} = \frac{7}{8} = 87,5\%$$

**II sposób**

$$24\%w = 3\%(w + c)$$

$$w = \frac{1}{7}c$$

$$\frac{c}{w + c} = \frac{c}{\frac{1}{7}c + c} = \frac{7}{8} = 87,5\%$$

Odp. Czereśnie stanowią 87,5% wszystkich drzew w sadzie.

## Schemat punktowania

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
<b>11</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Interpretacja wyników. Podanie poprawnej odpowiedzi na pytanie zadania wraz z uzasadnieniem.	3 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Zapisanie wyrażeń algebraicznych opisujących drogę, którą przeszedł każdy z braci w tym samym czasie.	2 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Zależność liczby kroków i długości kroków dla każdego z nich.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
<b>12</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Podanie liczby trójkątów o naturalnych długościach boków.	5 p.
	<b>Poziom 5:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Wskazanie przedziału, w którym mieści się długość trzeciego boku trójkąta.	4 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Wyznaczenie warunków na długość trzeciego boku wynikających z zastosowania nierówności trójkąta dla trzech par boków (z uwzględnieniem, że długości boków są liczbami dodatnimi).	3 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Rozwiązanie nierówności trójkąta dla jednej lub dwóch par boków ALBO Zapisanie nierówności trójkąta dla trzech par boków	2 p.
	<b>Poziom 1:</b> dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania.	Zapisanie wyrażenia przedstawiającego zależność między długością drugiego i trzeciego bok trójkąta.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.

<b>Zad.</b>	<b>Poziom wykonania</b>	<b>Schemat punktowania</b>	<b>Liczba punktów</b>
<b>13</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Obliczenie pola dwunastokąta.	4 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Obliczenie pola 1/6 dwunastokąta (sumy trójkąta <i>ACO</i> i trójkąta <i>ABC</i> ) ALBO obliczenie pola 1/12 dwunastokąta (trójkąta <i>OBA</i> ).	3 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Obliczenie wysokości trójkąta <i>ABC</i> ALBO obliczenie wysokości trójkąta <i>OBA</i>	2 p.
	<b>Poziom 1:</b> dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania.	Podanie wysokości trójkąta równobocznego <i>AOB</i> .	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
<b>Zad.</b>	<b>Poziom wykonania</b>	<b>Schemat punktowania</b>	<b>Liczba punktów</b>
<b>14</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Obliczenie, jaki procent wszystkich drzew w sadzie stanowią czereśnie.	3 p.
	<b>Poziom 5:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Obliczenie zależności pomiędzy liczbą wiśni i czereśni.	2 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć zależność pomiędzy liczbą wiśni i czereśni.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.