Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki
dla uczniów dotychczasowych gimnazjów woj. śląskiego
w roku szkolnym 2017/2018

Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania

Etap szkolny

Przy punktowaniu zadań otwartych należy stosować następujące ogólne reguły:

- Oceniamy rozwiązania zadań zgodnie z podanym niżej schematem, tzn. przyznajemy daną liczbę punktów, jeżeli rozwiązanie zawiera wszystkie wskazane na danym poziomie elementy.
- Punktując rozwiązania zadań, przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy, inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać punkty w zależności od poziomu wykonania zadania.
- Liczba punktów umożliwiająca kwalifikację do kolejnego etapu wynosi co najmniej 51.

Zadanie 1.
Za każde poprawnie zapisane hasło w krzyżówce 1 punkt, czyli w sumie 21 punktów.

1)	**D**WA
2)	K**W**ADRAT
3)	ARG**U**MENT
4)	**D**ODAWANIE
5)	LIC**Z**BA PIERWSZA
6)	MIL**I**METR
7)	ŚR**E**DNICA
8)	WYKRE**S**
9)	HEK**T**AR
10)	CZWOR**O**ŚCIAN
11)	SZE**Ś**ĆDZIESIĄT
12)	PIERŚ**C**IEŃ KOŁOWY
13)	P**I**
14)	JEDNOMI**A**N
15)	SYMETRAL**N**A BOKU
16)	PRZEMIENNO**Ś**Ć DODAWANIA
17)	WIERZ**C**HOŁEK
18)	SKRACAN**I**E UŁAMKA
19)	PI**Ę**CIOKĄT
20)	PIERWIAS**T**KOWANIE
21)	TRZ**Y**

Zadania zamknięte

Za każde poprawnie zaznaczone wskazanie 1 punkt, czyli w sumie 24 punkty.

Zadanie	2	3	4	5	6	7	8	9
Odpowiedź I	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ
Odpowiedź II	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA
Odpowiedź III	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA

Zadania otwarte

Przykładowe rozwiązania:

Zadanie 10.

$$x \otimes (x \otimes 20) = x$$

$$x \otimes \left(\frac{x+20}{2} \right) = x$$

$$\frac{x + \frac{x+20}{2}}{2} = x$$

$$x = 20$$

Zadanie 11.

$x = 0,(513)$

$x = 0{,}513513513\ldots$ **(1)**

$1000x = 513{,}513513\ldots$ **(2)**

$999x = 513$ **(2) – (1)**

$$x = \frac{513}{999}$$

$$x = \frac{19}{37}$$

Odp. $0,(513) = \frac{19}{37}$

Zadanie 12.

Sposób I

x - wartość procentowa stężenia nowego roztworu

$$0{,}3\cdot\frac{6}{100}+0{,}7\cdot\frac{10}{100}=1\cdot\frac{x}{100}$$

$x = 8{,}8$

Sposób II

R – objętość nowego roztworu

$0{,}3\cdot 0{,}06\cdot R=0{,}018R$

$0{,}7\cdot 0{,}1\cdot R=0{,}07R$

$(0{,}018+0{,}07)R=0{,}088R$

$$\frac{0{,}088R}{R}=0{,}088$$

Odp. Stężenie otrzymanego roztworu wynosi 8,8%.

Zadanie 13.

Sposób I

Wydajność dzienna pierwszej koparki, to $\frac{1}{25}$.

Wydajność dzienna drugiej koparki, to $\frac{1}{x}$.

Wydajność dzienna obu koparek, to $\frac{1}{14}$.

$$\frac{1}{25}+\frac{1}{x}=\frac{1}{14}$$

$x=31,(81)$

Odp. Nie, ponieważ $x > 30$, zatem dzienna wydajność drugiej koparki jest mniejsza niż $\frac{1}{30}$.

Sposób II

Wydajność dzienna pierwszej koparki, to $\frac{1}{25}$.

Zakładana wydajność dzienna drugiej koparki, to $\frac{1}{30}$.

Wydajność dzienna obu koparek, to $\frac{1}{14}$.

$$\frac{1}{25}+\frac{1}{30}=\frac{11}{150}$$

$$\frac{11}{150}-\frac{1}{14}>0$$

Odp. Nie, bo zakładana wydajność obu koparek (przy wydajności drugiej koparki równej $\frac{1}{30}$) okazała się większa od rzeczywistej.

Zadanie 14.

Sposób I.

1. Konstrukcja odcinka $\bar{x}$ będącego sumą podstaw trapezu.
2. Konstrukcja odcinka o długości równej połowie długości wysokości trapezu (konstrukcja symetralnej).
3. Konstrukcja prostej prostopadłej do prostej zawierającej odcinek $\bar{x}$.
4. Wyznaczenie wierzchołków równoległoboku.

Uzasadnienie:

a, b – podstawy trapezu, *h* – wysokość trapezu, $x = a + b$

$$P_R = x\cdot\frac{h}{2}=\left(\underbrace{a+b}_{x}\right)\cdot\frac{h}{2}=\frac{a+b}{2}\cdot h=P_T$$

Sposób II.

1. Konstrukcja odcinka $\bar{x}$ będącego sumą podstaw trapezu.
2. Konstrukcja symetralnej odcinka $\bar{x}$.
3. Konstrukcja prostej zawierającej wysokość równoległoboku (prostopadłej do prostej zawierającej odcinek $\bar{x}$).
4. Wyznaczenie wierzchołków równoległoboku.

Uzasadnienie:

a, b – podstawy trapezu, *h* – wysokość trapezu, $x = a + b$

$$P_R=\frac{x}{2}\cdot h=\cdot\frac{a+b}{2}\cdot h=P_T$$

Schemat punktowania:

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
10	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie wartości x ($x = 20$).	2 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Dwukrotne, poprawne zastosowanie definicji działania $\otimes$ w rozwiązaniu równania.	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
11	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Wykazanie, że $0,(513) = \frac{19}{37}$ lub $0,(513) = \frac{513}{999}$.	3 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Doprowadzenie do postaci: $999x = 513$.	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Doprowadzenie równania do postaci: $1000x = 513,513513...$	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
12	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie stężenia nowego roztworu (8,8%)	3 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawne wykorzystanie stosunku objętości roztworów.	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawne wykorzystanie założenia zadania do wyrażenia ilości octu w obu roztworach.	1 p
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
13	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Uzasadnienie faktu, że dzienna wydajność drugiej koparki jest mniejsza niż $\frac{1}{30}$ całej pracy.	3 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Wykorzystanie wydajności <u>każdej</u> z koparek do poprawnego wyrażenia łącznej wydajności <u>obu</u>.	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawne zapisanie dziennej wydajności <u>każdej</u> z koparek.	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
14	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Uzasadnienie konstrukcji	4 p.
	Poziom 5: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Poprawna konstrukcja równoległoboku (wyznaczenie jego wierzchołków).	3 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawna konstrukcja prostej prostopadłej do podstawy równoległoboku.	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawna konstrukcja symetralnej wysokości trapezu ALBO symetralnej odcinka będącego sumą podstaw.	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Konstrukcja sumy podstaw równoległoboku.	0 p.