

# **Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów dotychczasowych gimnazjów woj. śląskiego w roku szkolnym 2017/2018**

## **Etap rejonowy**

### **Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania**

Przy punktowaniu zadań otwartych należy stosować następujące ogólne reguły:

- Oceniamy rozwiązania zadań zgodnie z podanym niżej schematem, tzn. przyznajemy daną liczbę punktów, jeżeli rozwiązanie zawiera wszystkie wskazane na danym poziomie elementy.
- Punktując rozwiązania zadań, przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy, inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać punkty w zależności od poziomu wykonania zadania.
- Liczba punktów umożliwiająca kwalifikację do kolejnego etapu wynosi co najmniej 51.

## Krzyżówka

### Zadanie 1.

Za każde poprawnie zapisane hasło w krzyżówce 1 punkt, czyli w sumie 24 punktów.

a)	3	5			
b)	4	5			
c)	1	7			
d)	6				
e)	8				
f)	6				
g)	1	3			
h)	1	2	5		
i)	7	2	0		
j)	6				
k)	1	4			
l)	6				
m)	1	2			
n)	1	5			
o)	3	6			
p)	3	5			
q)	6				
r)	7	9	0	0	0
s)	1	6			
t)	2	5			
u)	1	9	6	2	
v)	1	1			
w)	1	3	5		
x)	9	7			

## Zadania zamknięte

Za każde poprawnie zaznaczone wskazanie 1 punkt, czyli w sumie 21 punktów.

Zadanie	2	3	4	5	6	7	8
<b>Odpowiedź I</b>	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA
<b>Odpowiedź II</b>	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ
<b>Odpowiedź III</b>	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA

## Zadania otwarte

### Przykładowe rozwiązania

#### Zadanie 9.

$$\frac{32}{5} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C}}$$

$$6\frac{2}{5} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C}}, \text{ zatem } A = 6.$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{B + \frac{1}{C}}$$

$$\frac{5}{2} = B + \frac{1}{C}$$

$$2\frac{1}{2} = B + \frac{1}{C}, \text{ zatem } B = 2.$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{C}, \text{ zatem } C = 2.$$

Odp. Szukane liczby naturalne, to:  $A = 6$ ,  $B = 2$  i  $C = 2$ .

**Zadanie 10.**

**I przypadek:**  $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{2}{3}$

$$|AE| = |AD| = 2x, \quad |EB| = 3x$$

$$|AD| = |BC| = 2x, \quad |AB| = |CD| = 5x$$

$$O_{ABCD} = 2 \cdot (2x + 5x)$$

$$96 = 2 \cdot (2x + 5x)$$

$$x = \frac{48}{7}$$

$$|AD| = |BC| = 2 \cdot \frac{48}{7} = \frac{96}{7} = 13\frac{5}{7},$$

$$|AB| = |CD| = 5 \cdot \frac{48}{7} = \frac{240}{7} = 34\frac{2}{7}$$

Odp. Boki prostokąta  $ABCD$  mają długość  $13\frac{5}{7}$  cm i  $34\frac{2}{7}$  cm.

**II przypadek:**  $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{3}{2}$

$$|AE| = |AD| = 3x, \quad |EB| = 2x$$

$$|AD| = |BC| = 3x, \quad |AB| = |CD| = 5x$$

$$O_{ABCD} = 2 \cdot (3x + 5x)$$

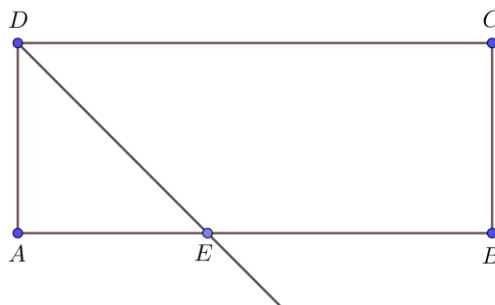
$$96 = 2 \cdot (3x + 5x)$$

$$x = 6$$

$$|AD| = |BC| = 3 \cdot 6 = 18,$$

$$|AB| = |CD| = 5 \cdot 6 = 30$$

Odp. Boki prostokąta  $ABCD$  mają długość 18 cm i 30 cm.



**Zadanie 11.****I sposób:**

	Przed zmianą ceny	Po zmianie ceny (o $x$ procent)
Cena bluzy [w zł]	75 zł	$\frac{100-x}{100} \cdot 75$
Sprzedaż tygodniowa [w szt.]	$a$	$1,5 a$
Dochód tygodniowy [w zł]	$b$	$1,2 b$
Dochód tygodniowy [w zł]	$b = 75a$	$1,2b = \left(\frac{100-x}{100} \cdot 75\right) \cdot (1,5a)$

$$1,2 \cdot (75a) = \left(\frac{100-x}{100} \cdot 75\right) \cdot (1,5a) \quad | : (75a)$$

$$1,2 = \left(\frac{100-x}{100}\right) \cdot 1,5$$

$$x = 20$$

Odp.: Cenę bluzy obniżono o 20%.

**II sposób:**

	Przed zmianą ceny	Po zmianie ceny (do $y$ procent starej ceny)
Cena bluzy [w zł]	75 zł	$\frac{y}{100} \cdot 75$
Sprzedaż tygodniowa [w szt.]	$a$	$1,5 a$
Dochód tygodniowy [w zł]	$b$	$1,2 b$
Dochód tygodniowy [w zł]	$b = 75a$	$1,2b = \left(\frac{y}{100} \cdot 75\right) \cdot (1,5a)$

$$1,2 \cdot (75a) = \left(\frac{y}{100} \cdot 75\right) \cdot (1,5a) \quad | : (75a)$$

$$1,2 = \left(\frac{y}{100}\right) \cdot 1,5$$

$$y = 80$$

Odp.: Nowa cena bluzy stanowiła 80% starej ceny, zatem została obniżona o 20%.

### III sposób:

$a$  – sprzedaż tygodniowa (w szt.)

$c$  – cena bluzy po obniżce (zł)

$$c \cdot 1,5a = 1,2 \cdot 75a \quad | : 1,5a$$

$$c = 1,2 \cdot 50$$

$$c = 60$$

$$75 \text{ — } 100\%$$

$$15 \text{ — } t$$

$$t = \frac{15 \cdot 100\%}{75} = 20\%$$

Odp.: Nowa cena bluzy stanowiła 80% starej ceny, zatem została obniżona o 20%.

### Zadanie 12.

Reszta z dzielenia liczby naturalnej przez 3 może wynosić: 0 albo 1, albo 2.

Liczba taka ma postać odpowiednio:  $3k$  albo  $3k+1$ , albo  $3k+2$ .

Kwadrat takiej liczby ma postać odpowiednio:

$$(3k)^2 = 3 \cdot \underbrace{(3k^2)}_{\text{liczba nat.}} + 0$$

albo

$$(3k+1)^2 = 3 \cdot \underbrace{(3k^2 + 2k)}_{\text{liczba nat.}} + 1,$$

albo

$$(3k+2)^2 = 3 \cdot \underbrace{(3k^2 + 4k + 1)}_{\text{liczba nat.}} + 1,$$

gdzie  $k$  jest liczbą naturalną.

Odp. Reszta z dzielenia kwadratu liczby naturalnej przez 3 wynosi zatem 0 albo 1.

## Schemat punktowania

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
<b>9</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne wyznaczenie trzech szukanych liczb wynikające z przekształceń.	3 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawne wyznaczenie dwóch szukanych liczb wynikające z przekształceń lub sprawdzenia.	2 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawne wyznaczenie jednej liczby LUB ustalenie trzech liczb (bez sprawdzenia).	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Przekształcenie równania prowadzące do rozwiązania, ale BEZ obliczenia żadnej z szukanych liczb.	0 p.
<b>10</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie długości obu boków prostokąta w obu przypadkach.	4 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawna metoda obliczenia długości boków w obu przypadkach, z błędem rachunkowym.	3 p.
	<b>Poziom 3:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Zapisanie wyrażenia (równania) wykorzystującego podział dłuższego boku i długość obwodu w obu przypadkach LUB poprawne obliczenie długości jednej pary boków w jednym przypadku.	2 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Wykorzystanie warunków zadania do przedstawienia długości krótszego boku.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
11	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne <u>obliczenie</u> wartości szukanego procentu obniżki.	4 p.
	<b>Poziom 5:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Poprawna obliczenie nowej ceny bluzy LUB obliczenie, jakim procentem starej ceny jest nowa cena ALBO obliczenie procentu obniżki ceny bluzy z błędami podczas przekształcania wyrażenia.	3 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Zapisanie poprawnego wyrażenia (np. równania) prowadzącego do obliczenia: procentu obniżki LUB nowej ceny bluzy LUB do obliczenia, jakim procentem starej ceny jest nowa cena bluzy.	2 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Wskazanie sposobu (np. w postaci wyrażenia, graficznie) obliczenia wzrostu dochodu w zależności od wzrostu sprzedaży bluz w nowej cenie.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Zapisanie wyrażenia opisującego nową cenę LUB zwiększenie sprzedaży LUB zwiększenie dochodu BEZ pokazania żadnej zależności pomiędzy nimi.	0 p.
12	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne uzasadnienie tezy zadania dla trzech przypadków.	4 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawne uzasadnienie tezy zadania dla dwóch przypadków.	3 p.
	<b>Poziom 3:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Poprawne uzasadnienie tezy zadania dla jednego przypadku.	2 p.
	<b>Poziom 1:</b> dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania.	Wskazanie wszystkich możliwych reszt otrzymanych w wyniku dzielenia liczby naturalnej przez 3 (trzy przypadki: 0, 1, 2).	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.