

**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki
dla uczniów gimnazjów woj. śląskiego
w roku szkolnym 2016/2017**

Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania

Etap wojewódzki

Przy punktowaniu zadań otwartych należy stosować następujące ogólne reguły:

- Oceniamy rozwiązania zadań zgodnie z podanym niżej schematem, tzn. przyznajemy daną liczbę punktów, jeżeli rozwiązanie zawiera wszystkie wskazane na danym poziomie elementy.
- Punktując rozwiązania zadań, przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy, inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać punkty w zależności od poziomu wykonania zadania.
- Liczba punktów umożliwiająca uzyskanie tytułu laureata wynosi co najmniej 54.

Zadanie 1.

Za każde poprawnie zapisane hasło w krzyżówce 1 punkt, czyli w sumie 18 punktów.

		1) P O D S T A W A																					
						2) W A L E C																	
3)		T	R	Ó	J	K	Ą	T	Y	■	P	R	Z	Y	S	T	A	J	Ą	C	E		
4)	P	R	O	S	T	E	■	P	R	O	S	T	O	P	A	D	Ł	E					
		5) P Ó Ł P R O S T A																					
						6) Ś R E D N I C A																	
7)		P	O	D	Z	I	E	L	N	O	Ś	Ć											
						8) R O M B																	
		9) D E C Y M E T R																					
		10) T R A P E Z																					
11)		L	I	C	Z	B	A	■	W	Y	M	I	E	R	N	A							
		12) T W O R Z A C A																					
13)		Ł	U	K	■	O	K	R	Ę	G	U												
14)	P	R	O	P	O	R	C	J	O	N	A	L	N	O	Ś	Ć	■	P	R	O	S	T	A
		15) P O T Ę G O W A N I E																					
16)		L	I	C	Z	B	Y	■	O	D	W	R	O	T	N	E							
		17) P U N K T																					
18)		S	E	K	U	N	D	A															

Zadania zamknięte

Za każde poprawnie zaznaczone wskazanie 1 punkt, czyli w sumie 27 punktów.

Zadanie	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odpowiedź I	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ
Odpowiedź II	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA
Odpowiedź III	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA

Zadania otwarte

Przykładowe rozwiązania:

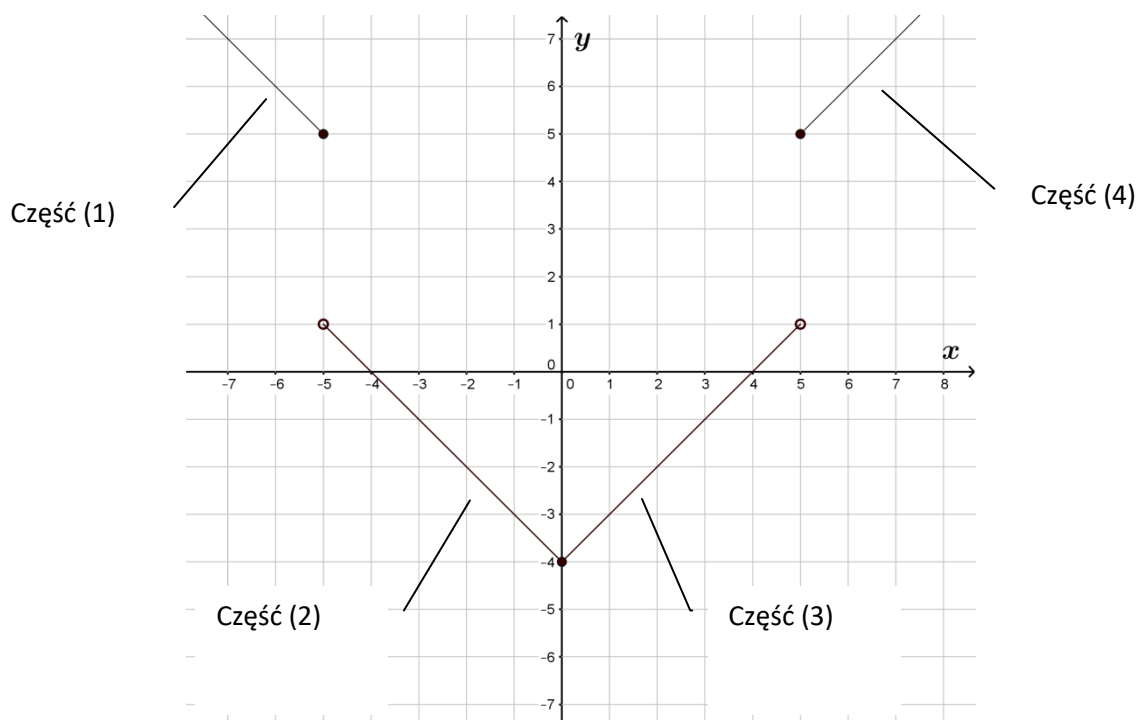
Zadanie 11.

$$2016^{2016} + 2 \cdot 2016^{2015} + 2016^{2014} = 2016^{2014} (2016^2 + 2 \cdot 2016 + 1) = 2016^{2014} \cdot (2016 + 1)^2 = 2016^{2014} \cdot 2017^2$$

Odp. Liczba $2016^{2016} + 2 \cdot 2016^{2015} + 2016^{2014}$ jest podzielna przez 2017, ponieważ można ją zapisać jako iloczyn, którego jednym z czynników jest liczba 2017.

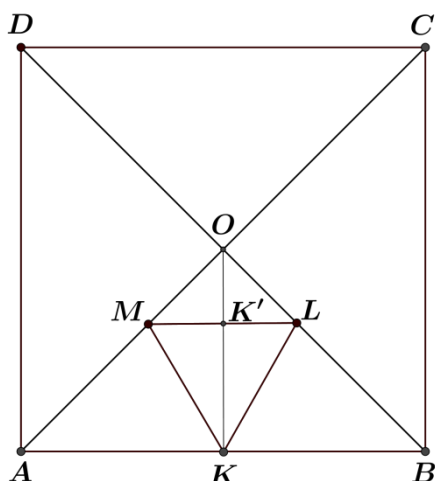
Zadanie 12.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{dla } x \leq -5 \\ -x-4, & \text{dla } -5 < x < 0 \\ x-4, & \text{dla } 0 \leq x < 5 \\ x, & \text{dla } x \geq 5 \end{cases}$$



Zadanie 13

I sposób



$$|KK'| = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} - \text{wysokość trójkąta}$$

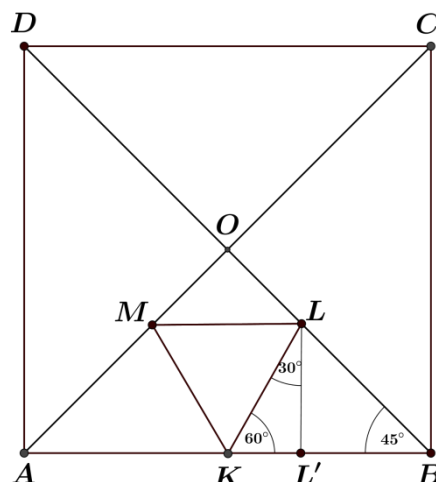
równobocznego o boku 4 cm.

$|K'O| = 2$ cm, OK, KL – przyprostokątne w trójkącie prostokątnym równoramiennym $OK'L$

$$|BC| = 2 \cdot (|KK'| + |K'O|) = 2 \cdot (2\sqrt{3} + 2) = 4(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}$$

$$P_{ABCD} = 16(\sqrt{3} + 1)^2 \text{ cm}^2.$$

II sposób



$$|L'B| = |LL'| = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm, wysokość trójkąta}$$

równobocznego o boku 4 cm.

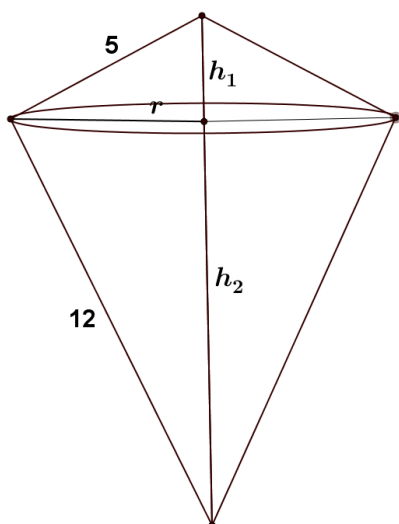
$|KL'| = 2$ cm, KL' - połowa boku w trójkącie równobocznym

$$|BC| = 2 \cdot (|KL'| + |L'B|) = 2 \cdot (2\sqrt{3} + 2) = 4(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}$$

$$P_{ABCD} = 16(\sqrt{3} + 1)^2 \text{ cm}^2.$$

Odp. Pole kwadratu $ABCD$ wynosi $16(\sqrt{3} + 1)^2 \text{ cm}^2$.

Zadanie 14.



$$(h_1 + h_2) = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

$$h_1 + h_2 = 13 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 13 \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12$$

$$r = \frac{60}{13} \text{ cm}$$

$$P_c = 5 \cdot \pi \cdot \frac{60}{13} + 12 \cdot \pi \cdot \frac{60}{13}$$

$$P_c = \frac{17 \cdot 60}{13} \pi = \frac{1020}{13} \pi$$

Odp. Pole powierzchni całkowitej powstałej bryły wynosi $P_c = \frac{1020}{13} \pi \text{ cm}^2$.

Schemat punktowania:

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
11	Poziom 6: pełne rozwiązanie.	Zapisanie liczby danej w zadaniu jako iloczynu, którego jednym z czynników jest liczba 2017 (również w postaci: $2016+1$).	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Zapisanie liczby danej w zadaniu, jako iloczynu poprzez wyciągnięcie przed nawias potęgi 2016^{2014} .	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
12	Poziom 6: pełne rozwiązanie.	Poprawny szkic całego wykresu.	4 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawny szkic trzech części wykresu.	3 p.
	Poziom 3: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Poprawny szkic dwóch części wykresu.	2p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawny szkic tylko jednej z części wykresu ALBO brak wykresu ALE podanie równoważnego wzoru funkcji bez użycia wartości bezwzględnej.	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Szkic, który nie przedstawia wykresu funkcji.	0 p.

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
13	Poziom 6: pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie pola kwadratu $P_{ABCD} = 16(\sqrt{3} + 1)^2 \text{ cm}^2$ lub $P = 64 + 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$, lub inna postać równoważna.	4 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawne obliczenie długości boku kwadratu $ABCD$.	3 p.
	Poziom 3: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Poprawny sposób obliczenia długości odcinków: KK' lub $L'B$ ORAZ $K'O$ lub KL' .	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawny sposób obliczenia długości tylko jednego z odcinków: KK' lub $L'B$ ALBO $K'O$ lub KL' .	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Wskazanie trójkątów „ekierkowych”.	0 p.
14	Poziom 6: pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie pola całkowitego bryły $P = \frac{1020}{13} \pi \text{ cm}^2$.	5 p.
	Poziom 5: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Poprawny sposób obliczenia pola powierzchni całkowitej otrzymanej bryły.	4 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawne obliczenie długości promienia podstawy stożków: $r = \frac{60}{13}$.	3 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawne obliczenie długości przeciwprostokątnej obracanego trójkąta.	2 p.
	Poziom 1: dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania.	Wykonanie poprawnego rysunku przedstawiającego opisaną w zadaniu bryłę.	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.