

**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki  
dla uczniów gimnazjów woj. śląskiego  
w roku szkolnym 2015/2016**

**Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania**

**Etap rejonowy**

Przy punktowaniu zadań otwartych należy stosować następujące ogólne reguły:

- Oceniamy rozwiązania zadań zgodnie z podanym niżej schematem, tzn. przyznajemy daną liczbę punktów, jeżeli rozwiązanie zawiera wszystkie wskazane na danym poziomie elementy.
- Punktując rozwiązania zadań, przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać punkty w zależności od poziomu wykonania zadania.
- Liczba punktów umożliwiająca kwalifikację do kolejnego etapu wynosi co najmniej 51.

**Zadanie 1.**

Za każde poprawnie zapisane hasło w krzyżówce 1 punkt, czyli w sumie 20 punktów.

a)	1	0	0								
		,									
b)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c)	1	1	1	1	0	0	8				
					0	2	0				
d)					0						
e)				4	0						
f)				1	0	0	0				
					0						
g)					0						
h)				5	0						
i)				2	7						
j)	1	0	1								
					5						
k)					1	0					
l)					1	1	1	1			
m)					1	2					
n)					3						
o)					8						
p)					4						
q)					2	4					
r)					2						
s)	7	7	8	0	0	0					
					2						
t)					2						

## Zadania zamknięte

Za każde poprawnie zaznaczone wskazanie 1 punkt, czyli w sumie 27 punktów.

Zadanie	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Odpowiedź I</b>	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA
<b>Odpowiedź II</b>	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ
<b>Odpowiedź III</b>	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA

## Zadania otwarte

**Przykładowe rozwiązania:**

**Zadanie 10.**

	I trener (samodzielnie)	I i II trener wspólnie	II trener samodzielnie
<b>Liczba szkoleń</b>	1	3	2
<b>Liczba uczestników</b>	$x$	$13+21+24$	$20+31$

$$x + 13 + 21 + 24 = 84$$

$$x = 26$$

$$26 + 13 + 21 + 24 + 20 + 31 = 135$$

Odp. Przeszkolono w sumie 135 osób.

**Zadanie 11.**

**I sposób:**

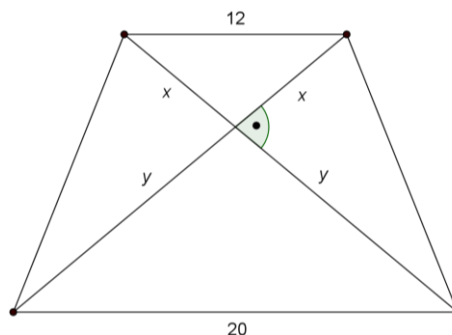
$$x = 6\sqrt{2}$$

$$y = 10\sqrt{2}$$

$$P = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{2}$$

$$P = 256 \text{ cm}^2$$

Odp. Pole trapezu wynosi  $256 \text{ cm}^2$ .



## II sposób:

Trójkąty  $CDE$  i  $ABE$  są prostokątne i równoramienne, stąd ich kąty ostre mają miary równe  $45^\circ$ .

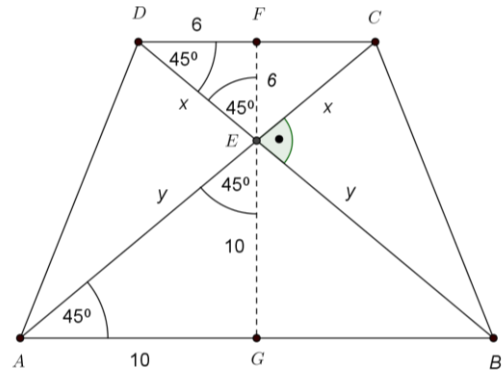
$h$  – wysokość trapezu

$$h = |GE| + |EF| = 6 + 10 = 16$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot (20 + 12) \cdot 16$$

$$P = 256 \text{ cm}^2$$

Odp. Pole trapezu wynosi  $256 \text{ cm}^2$ .



## Zadanie 12.

$$|AB| = a, |CD| = b, |DE| = h$$

$$|EL| = x, |LD| = h - x$$

$$P_{ABL} = \frac{1}{2} ax$$

$$P_{CDL} = \frac{1}{2} b(h - x)$$

$$P_{ABCD} = \frac{1}{2} (a + b)h$$

$$P_{ABL} + P_{CDL} = \frac{1}{2} P_{ABCD}$$

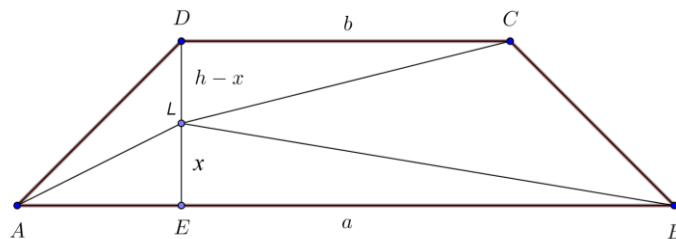
$$\frac{1}{2} ax + \frac{1}{2} b(h - x) = \frac{1}{4} (a + b)h \quad | \cdot 4$$

$$2ax + 2bh - 2bx - ah - bh = 0$$

$$2x(a - b) - h(a - b) = 0$$

$$(2x - h)(a - b) = 0, \quad a \neq b$$

$$2x = h$$



**Zadanie 13.**

$v_1, s_1, t_1$  – odpowiednio prędkość, droga, czas [h] na pierwszym odcinku trasy

$v_2, s_2, t_2$  – odpowiednio prędkość, droga, czas [h] na drugim odcinku trasy

$$v_2 = 1,2v_1$$

$$s_1 = v_1 \cdot t_1$$

$$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 1,2v_1 \cdot t_2$$

$v, s, t$  – odpowiednio prędkość, droga, czas [h] na całej trasie w przypadku pokonania jej ze stałą prędkością równą  $v_2$

**I sposób**

$$v = v_2 = 1,2v_1$$

$$s = v \cdot t = 1,2v_1 \cdot \left( t_1 + t_2 - \frac{1}{3} \right)$$

$$s_1 + s_2 = s$$

$$v_1 \cdot t_1 + 1,2v_1 \cdot t_2 = 1,2v_1 \cdot \left( t_1 + t_2 - \frac{1}{3} \right)$$

$$t_1 = 2 \text{ [h]}$$

**II sposób**

$$t_1 + t_2 = t + \frac{1}{3}$$

$$\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{v} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{s_1}{v_1} + \frac{s - s_1}{1,2v_1} = \frac{s}{1,2v_1} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{s_1}{v_1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{1,2} \right) = \frac{1}{3}$$

$$\frac{s_1}{v_1} = 2$$

$$t_1 = 2 \text{ [h]}$$

Odp. Pierwszą część trasy kierowca pokonał w czasie 2 godzin.

**Schemat punktowania:**

<b>Zad.</b>	<b>Poziom wykonania</b>	<b>Schemat punktowania</b>	<b>Liczba punktów</b>
<b>10</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie liczby przeszkolonych osób (135).	3 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Ustalenie liczby osób przeszkolonych przez I trenera.	2 p.
	<b>Poziom 3:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Ustalenie liczby przeszkolonych osób przez obu trenerów i II trenera.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Ustalenie liczby szkoleń prowadzonych przez trenerów samodzielnie.	0 p.
<b>11</b>	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie pola trapezu $P = 256 \text{ cm}^2$ .	4 p.
	<b>Poziom 5:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Zapisanie poprawnego wyrażenia pozwalającego obliczyć pole trapezu BEZ obliczeń LUB z błędnymi obliczeniami.	3 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawne obliczenie/uzasadnienie długości OBU odcinków składających się na przekątną/wysokość trapezu.	2 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawne obliczenie/uzasadnienie długości JEDNEGO z odcinków składających się na przekątną/wysokość trapezu ALBO zastosowanie poprawnej metody obliczenie długości OBU odcinków z błędnymi LUB niedokończonymi obliczeniami/uzasadnieniem.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
12	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Pełne uzasadnienie tezy (wykazanie równości $ EL  =  ED $ ).	4 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Wykorzystanie faktu, że suma pól trójkątów <i>ABL</i> i <i>CDL</i> jest równa połowie pola trapezu (np. podanie wyrażenia, którego przekształcenie doprowadzi do wykazania równości $ EL  =  ED $ ) ORAZ wykorzystaniem zależności $ DE  =  DL  +  EL $ .	3 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Zapisanie wzoru na sumę pól OBU trójkątów <i>ABL</i> i <i>CDL</i> jako połowy pola trapezu.	2 p.
	<b>Poziom 1:</b> dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania.	Zapisanie wzoru na pole JEDNEGO z trójkątów <i>ABL</i> , <i>CDL</i> .	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Zapisanie wzoru na pole trapezu LUB wykorzystanie tezy w założeniu dowodu.	0 p.
13	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie czasu pokonania pierwszej części trasy $t_1 = 2$ [h].	5 p.
	<b>Poziom 5:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Wykorzystanie zależności opartej o równość dróg ALBO zależności pomiędzy czasami w obu wersjach pokonywania trasy (z dwoma różnymi prędkościami i z jedną prędkością) do obliczenia czasu $t_2$ .	4 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Poprawne zapisanie drogi ALBO czasu w OBU wersjach pokonywania trasy.	3 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Poprawne zapisanie drogi ALBO czasu w JEDNEJ wersji pokonywania trasy.	2 p.
	<b>Poziom 1:</b> dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania.	Wykorzystanie zależności prędkości na pierwszym i drugim etapie trasy.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.