Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki
dla uczniów gimnazjów woj. śląskiego
w roku szkolnym 2015/2016

Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania

Etap szkolny

Przy punktowaniu zadań otwartych należy stosować następujące ogólne reguły:

- Oceniamy rozwiązania zadań zgodnie z podanym niżej schematem, tzn. przyznajemy daną liczbę punktów, jeżeli rozwiązanie zawiera wszystkie wskazane na danym poziomie elementy.
- Punktując rozwiązania zadań, przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać punkty w zależności od poziomu wykonania zadania.
- Liczba punktów umożliwiająca kwalifikację do kolejnego etapu wynosi co najmniej 51.

Zadanie 1.
Za każde poprawnie zapisane hasło w krzyżówce 1 punkt, czyli w sumie 21 punktów.

1)										**L**	I	C	Z	N	I	K	
2)							R	A	M	**I**	Ę						
3)					R	Ó	W	N	O	**L**	E	G	Ł	O	B	O	K
4)						W	Y	K	Ł	**A**	D	N	I	K			
5)										**V**							
6)					K	W	A	D	R	**A**	T						
7)		P	I	E	R	W	I	A	S	**T**	K	O	W	A	N	I	E
8)							M	I	L	**I**	A	R	D				
										■							
9)							S	T	Y	**C**	Z	N	A				
10)							W	S	P	**Ó**	Ł	R	Z	Ę	D	N	A
11)				G	E	O	M	E	T	**R**	I	A					
12)										**K**	R	A	W	Ę	D	Ź	
13)	S	Y	M	E	T	R	A	L	N	**A**	■	B	O	K	U		
										■							
14)							R	O	M	**B**							
15)										**H**	E	K	T	A	R		
16)								M	I	**A**	N	O	W	N	I	K	
17)										**S**	U	M	A				
18)					W	I	E	L	O	**K**	Ą	T					
19)				S	Z	E	Ś	C	I	**A**	N						
20)									T	**R**	A	P	E	Z			
21)						M	E	D	I	**A**	N	A					

Zadania zamknięte

Za każde poprawnie zaznaczone wskazanie 1 punkt, czyli w sumie 27 punktów.

Zadanie	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Odpowiedź I	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA
Odpowiedź II	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA
Odpowiedź III	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ	FAŁSZ

Zadania otwarte

Przykładowe rozwiązania:

Zadanie 11.

I sposób

Ostatnimi cyframi kolejnych potęg liczby dziewięć są 1 lub 9. Zatem ostatnią cyfrą liczby a jest 6 lub 4, co oznacza, że a jest liczbą podzielną przez 2.

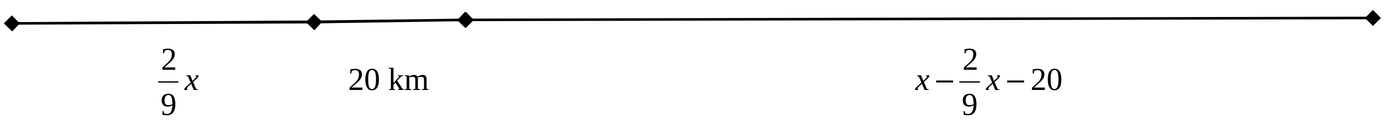
II sposób

Dowolna potęga 9 jest liczbą nieparzystą, 2015 jest także liczbą nieparzystą. Suma dwóch liczb nieparzystych jest liczbą parzystą, zatem a jest liczbą podzielną przez 2.

Zadanie 12.

I sposób

x – długość całej trasy



$$\frac{x-\frac{2}{9}x-20}{x}=\frac{2}{3}$$

x = 180 [km]

II sposób

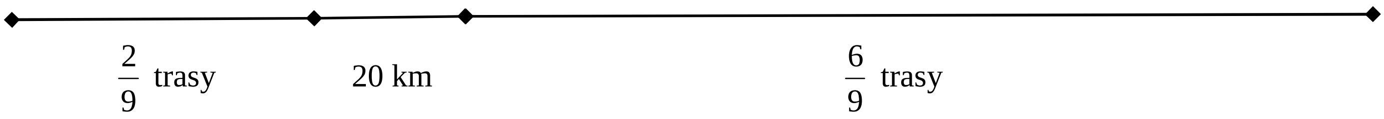
x – długość całej trasy

$$\frac{2}{9}x + 20 + \frac{2}{3}x = x$$

x = 180 [km]

III sposób

x – długość całej trasy

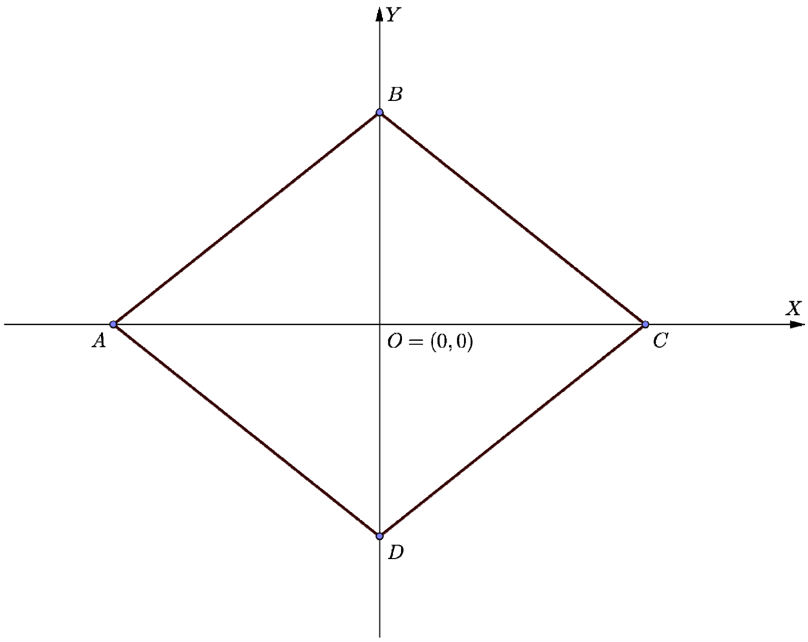


20 km – $\frac{1}{9}$ trasy

x [km] – cała trasa

x = 180 [km]

Zadanie 13.



$P_{ABCD} = \frac{1}{2}xy$, gdzie x, y są przekątnymi rombu leżącymi odpowiednio na osi OX i OY.

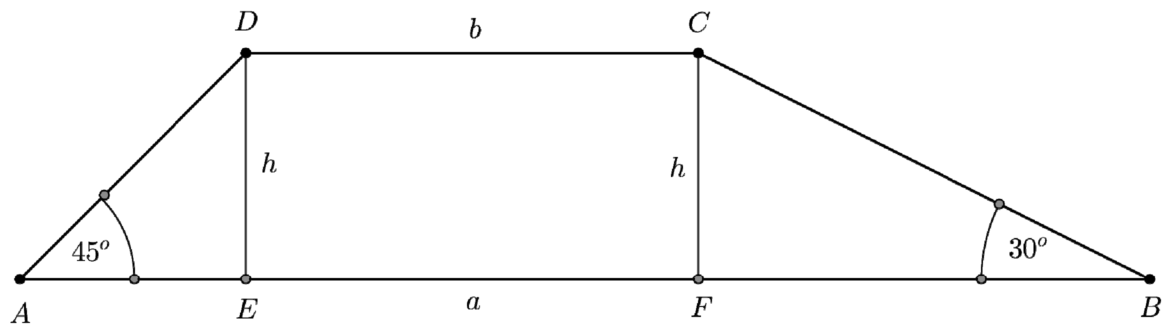
Zatem: $36 = \frac{1}{2}xy$, $72 = xy$ $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = xy$.

Z warunków zadania wynika, że $x = 8,\ y = 9$ albo $x = 9,\ y = 8$.

Zatem współrzędne wierzchołków rombu mogą wynosić:

$A = (-4;0),\ B = (0;4,5),\ C = (4;0),\ D = (0;-4,5)$ albo $A = (-4,5;0),\ B = (0;4),\ C = (4,5;0),\ D = (0;-4)$.

Zadanie 14.



$|AE| = |ED| = h$ (trójkąt AED jest połową kwadratu, trójkąt ekierkowy)

$|FB| = |CF|\sqrt{3} = h\sqrt{3}$ (trójkąt BCF jest połową trójkąta równobocznego, trójkąt ekierkowy)

$|EF| = b$

$a = |AE| + |EF| + |FB|$

$a = h + b + h\sqrt{3}$

$h = \frac{a-b}{1+\sqrt{3}}$

Schemat punktowania:

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
11	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Zauważenie, że suma liczb nieparzystych jest liczba parzystą.	2 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Wskazanie ostatnich cyfr kolejnych potęg liczby 9 ALBO zauważenie ze 9^{2015} oraz 2015 są liczbami nieparzystymi.	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Wniosek o parzystości liczby *a* BEZ uzasadnienia.	0 p.
12	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Obliczenie poprawnej długości trasy – 180 km.	3 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Wykorzystanie informacji o stosunku dróg (prawidłowe ułożenie równania, zapisanie proporcji itp., także bez poprzedzającej analizy).	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Analiza zadania zawierająca zapis długości poszczególnych odcinków trasy potrzebnych do obliczenia długości trasy (np. rysunek z opisem).	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
13	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Podanie współrzędnych wierzchołków w OBU możliwych położeniach rombu.	3 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Podanie współrzędnych wierzchołków TYLKO w jednym z możliwych położeń rombu ALBO podanie współrzędnych wierzchołków w OBU możliwych położeniach rombu BEZ uzasadnienia.	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Podanie możliwych wartości długości przekątnych rombu z uzasadnieniem (np. $8 \cdot 9 = xy$ – wykorzystanie wzoru na pole rombu, niekoniecznie z pełną analizą rozkładu).	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Zapisanie wzoru na pole rombu.	0 p.

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
14	**Poziom 6**: pełne rozwiązanie.	Wyznaczenie wysokości trapezu w zależności od jego podstaw: $h=\frac{a-b}{1+\sqrt{3}}$.	4 p.
	Poziom 4: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Zapisanie wyrażenia zawierającego zależność pomiędzy podstawami trapezu a jego wysokością BEZ przekształcenia do postaci: $h=\frac{a-b}{1+\sqrt{3}}$.	3 p.
	Poziom 3: zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Wykorzystanie własności OBU „trójkątów ekierkowych” do wyznaczenia długości części dłuższej podstawy.	2 p.
	Poziom 2: dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Wykorzystanie własności TYLKO jednego z „trójkątów ekierkowych” do wyznaczenia długości części dłuższej podstawy.	1 p.
	Poziom 0: rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Zapisanie wzoru na pole trapezu, zapisanie równości $\|EF\|=b$.	0 p.