

**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki  
dla uczniów gimnazjów woj. śląskiego  
w roku szkolnym 2014/2015**

**Przykładowe rozwiązania zadań i schemat punktowania**

**Etap szkolny**

Przy punktowaniu zadań otwartych należy stosować następujące ogólne reguły:

- Oceniamy rozwiązania zadań zgodnie z podanym niżej schematem, tzn. przyznajemy daną liczbę punktów, jeżeli rozwiązanie zawiera wszystkie wskazane na danym poziomie elementy.
- Punktując rozwiązania zadań, przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcia problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać punkty w zależności od poziomu wykonania zadania.
- Do następnego etapu zostają zakwalifikowani uczniowie, którzy uzyskali 85% lub więcej punktów możliwych do zdobycia, tzn. 51 punktów lub więcej.

**Zadanie 1.**

Za każde hasło poprawnie zapisane w krzyżówce 1 punkt, czyli w sumie 19 punktów.

					1)	F	U	N	K	C	J	A							
2)	P	I	Ę	C	I	O	K	Ą	T										
				3)	O	B	J	Ę	T	O	Ś	Ć							
				4)	Ś	R	O	D	K	O	W	Y							
5)	Z	Ł	O	Ż	O	N	A												
6)	P	O	D	S	T	A	W	A											
				7)	L	I	C	Z	N	I	K								
8)	S	Z	E	Ś	C	I	A	N											
				9)	B	I	L	I	O	N									
10)	P	R	Z	Y	L	E	G	Ł	E										
11)	M	I	L	I	M	E	T	R											
				12)	B	O	K	I											
13)	J	E	D	E	N	A	Ś	C	I	E									
14)	Z	D	A	R	Z	E	N	I	E										
				15)	K	R	A	W	Ę	D	Ż								
16)	T	R	Ó	J	K	Ą	T		R	Ó	W	N	O	B	O	C	Z	N	Y
				17)	K	W	A	D	R	A	T								
18)	Ś	R	E	D	N	I	C	A											
				19)	D	Z	I	E	S	I	Ą	T	K	O	W	Y			

## Zadania zamknięte

Za każdą poprawnie zaznaczone wskazanie 1 punkt, czyli w sumie 24 punkty.

Zadanie	2	3	4	5	6	7	8	9
Odpowiedź I	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ
Odpowiedź II	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	PRAWDA	PRAWDA
Odpowiedź III	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	PRAWDA	FAŁSZ	FAŁSZ

## Zadania otwarte

**Przykładowe rozwiązania:**

### Zadanie 10.

$v_s$  – prędkość statku

$v_r$  – prędkość nurtu rzeki

$$\begin{cases} (v_s + v_r) \cdot 4 = 80 \\ (v_s - v_r) \cdot 5 = 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_r = 2 \\ v_s = 18 \end{cases}$$

Odp. Prędkość statku wynosi 18 km/h, a prędkość nurtu rzeki wynosi 2 km/h.

### Zadanie 11.

Rozkład liczby 36 można przedstawić w postaci następującego iloczynu pięciu liczb:  $36 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ .

Wykorzystując przemienność i łączność mnożenia otrzymujemy następujące przedstawienia liczby 36 jako iloczynu trzech liczb jednocyfrowych:

$$36 = 1 \cdot 4 \cdot 9$$

$$36 = 1 \cdot 6 \cdot 6$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 9$$

$$36 = 2 \cdot 3 \cdot 6$$

$$36 = 3 \cdot 3 \cdot 4$$

Warunek dotyczący sumy cyfr spełniają iloczyny zawierające liczby 1, 6, 6 oraz 2, 2, 9. Z takich cyfr można utworzyć sześć różnych liczb trzycyfrowych: 166, 616, 661, 922, 292, 229.

**Zadanie 12.****I sposób**

$a$  – długość boku kwadratu,  $x$  – liczba odcinków o długości odcinka  $CE$ , z których składa się bok kwadratu.

Pole trójkąta wyraża się wzorem  $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a\right) \cdot \frac{1}{x}a$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a\right) \cdot \frac{1}{x}a = \frac{1}{20}a^2$$

$$x = 5$$

Odp. Długość odcinka  $EC$  stanowi 1/5 długości boku kwadratu  $ABCD$ .

**II sposób**

$a$  – długość boku kwadratu,  $x$  – długość odcinka  $CE$

Pole trójkąta wyraża się wzorem  $\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}a$

$$\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}a = \frac{1}{20}a^2$$

$$x = \frac{1}{5}a$$

Odp. Długość odcinka  $EC$  stanowi 1/5 długości boku kwadratu  $ABCD$ .

**Zadanie 13.**

$x$  – długość najkrótszej krawędzi

$3x$  – długość średniej krawędzi

$5x$  – długość najdłuższej krawędzi

$$x \cdot 3x \cdot 5x = 405$$

$$x = 3$$

Krawędzie prostopadłościanu mają długości 3 cm, 9 cm, 15 cm.

Pole powierzchni prostopadłościanu wynosi:

$$P = 2(3 \cdot 9 + 3 \cdot 15 + 9 \cdot 15)$$

$$P = 414 \text{ cm}^2$$

**Zadanie 14.**

Jest 10 par liczb spełniających warunki zadania: {8, 3}, {8, 2}, {8, 1}, {8, 0}, {7, 2}, {7, 1}, {7, 0}, {6, 1}, {6, 0}, {5, 0}. W przypadku pozostałych par odpowiednia różnica jest mniejsza lub równa 4.

Ponieważ wszystkich możliwych wylosowanych par jest 36, zatem szukane prawdopodobieństwo wynosi  $P = \frac{10}{36}$

**Schemat punktowania:**

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
10	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie prędkości nurtu rzeki (2 km/h) i prędkości statku (18 km/h).	4 p.
	<b>Poziom 5:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Rozwiązanie układu równań (obliczenie wartości obu niewiadomych) z błędami rachunkowymi.	3 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Ułożenie poprawnego układu równań, bez jego rozwiązania ALBO rozwiązanie układu równań zawierające błędy merytoryczne.	2 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Ułożenie tylko jednego poprawnego równania.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Zapisanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym.	0 p.
11	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Podanie wszystkich poprawnych rozwiązań (166, 616, 661, 922, 292, 229).	4 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Podanie dwóch rozkładów spełniających oba warunki zadania ( $36 = 1 \cdot 6 \cdot 6$ , $36 = 2 \cdot 2 \cdot 9$ ) ALBO podanie trzech poprawnych rozwiązań w oparciu o jeden z dwóch rozkładów spełniających oba warunki zadania (166, 616, 661 albo 922, 292, 229).	3 p.
	<b>Poziom 3:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Podanie wszystkich poprawnych rozwiązań (6 liczb) bez uzasadnienia kompletności rozwiązania.	2 p.
	<b>Poziom 1:</b> dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania.	Podanie wszystkich możliwych rozkładów liczby 36 na iloczyn <u>trzech</u> czynników BEZ wskazanie rozkładów spełniających oba warunki zadania.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Podanie rozkładu liczby 36 na czynniki pierwsze.	0 p.

Zad.	Poziom wykonania	Schemat punktowania	Liczba punktów
12	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Obliczenie, że odcinek $CE$ stanowi $1/5$ boku kwadratu.	3 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Ułożenie równania.	2 p.
	<b>Poziom 3:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Zapisanie wyrażenia na pole trójkąta $CEO$ z wykorzystaniem faktu, że $CE$ to $1/x$ boku kwadratu lub $CE$ ma długość $x$ .	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
13	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie pola powierzchni prostopadłościanu ( $414 \text{ cm}^2$ ).	4 p.
	<b>Poziom 5:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.).	Wskazanie poprawnej metody na obliczenie pola powierzchni prostopadłościanu ALBO bez tego obliczenia pola powierzchni ALBO obliczenie pola powierzchni zawierające: błędy rachunkowe LUB błędnie obliczone długości krawędzi.	3 p.
	<b>Poziom 3:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy.	Obliczenie prawidłowych długości krawędzi (3 cm, 9 cm, 15 cm) ALBO wskazanie poprawnej metody na obliczenie pola powierzchni prostopadłościanu przy błędnych długościach krawędzi.	2 p.
	<b>Poziom 2:</b> dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane.	Wykorzystanie proporcji pomiędzy długościami krawędzi do zapisania długości tych krawędzi ALBO obliczenie długości krawędzi z błędami rachunkowymi ale z zachowaniem proporcji.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.		0 p.
14	<b>Poziom 6:</b> pełne rozwiązanie.	Poprawne obliczenie prawdopodobieństwa opisanego zdarzenia ( $10/36$ ).	2 p.
	<b>Poziom 4:</b> zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne.	Wypisanie wszystkich (10) zdarzeń sprzyjających ALBO obliczenie prawdopodobieństwa bez wskazania zdarzeń sprzyjających.	1 p.
	<b>Poziom 0:</b> rozwiązanie niestanowiące postępu; brak rozwiązania.	Podanie nieprawidłowej liczby zdarzeń sprzyjających LUB wymienienie mniej niż 10 zdarzeń.	0 p.