KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI

Finał – 15 marca 2010 r.

Schemat punktowania

Przy punktowaniu zadań należy stosować następujące ogólne reguły:

- Punktując rozwiązania zadań przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Punkt za wybór metody rozwiązania zadania przyznajemy, gdy uczeń zauważył wszystkie istotne własności i związki oraz zaczął je poprawnie stosować, np.: wybrał właściwy algorytm, wzór (i podstawił do niego dane liczby), w inny sposób pokazał plan rozwiązania zadania.
- Punkt za wykonanie zadania przyznajemy tylko wtedy, gdy uczeń konsekwentnie stosuje przyjętą metodę rozwiązania (a nie zapisuje np. ciągu przypadkowych obliczeń) i doprowadza do otrzymania ostatecznego, prawidłowego wyniku.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcie problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać proporcjonalnie mniej punktów, niż wynosi ich maksymalna liczba dla tego zadania.
- Laureatami zostają uczniowie, którzy uzyskali 90% lub więcej punktów możliwych do zdobycia, tzn. 36 punktów lub więcej.

CZĘŚĆ I

	Numer zadania							
Odpowiedź	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
A	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak
B	Nie	Tak	Tak	Nie	Tak	Nie	Nie	Nie
C	Tak	Nie	Tak	Tak	Nie	Tak	Nie	Tak

CZĘŚĆ II

Zadanie 9.

Szkic rozwiązania:

$3 \cdot 4 + 4 = 4^2$
$7 \cdot 8 + 8 = 8^2$
$56 \cdot 57 + 57 = 57^2$

n – naturalna
$(n-1) \cdot n + n = n^2$ dlaczego?
ponieważ $(n-1) \cdot n + n = (n-1+1) \cdot n = n \cdot n = n^2$

Schemat punktowania:

1p. - za analogiczne poprawne przedstawienie danych przykładów liczbowych.

1 p. – za uogólnienie.

1 p. – za uzasadnienie.

Zadanie 10.

Szkic rozwiązania:

$2^n + 2^{n+1} + 2^{n+5} = 2^n(1 + 2^1 + 2^5) = 2^n(1 + 2 + 32) = 2^n \cdot 35$

$2^n \cdot 35 = 2^{n-1} \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 = 2^{n-1} \cdot 5 \cdot 14$
$2^n \cdot 35$ jest podzielna przez 7 i 2 czyli przez 14 (ponieważ 35 dzieli się przez 7 , a 2^n dzieli się przez 2 - n dodatnie, czyli najmniejsze n jest równe 1, co daje $2^1 = 2$, a przy n>1 analogicznie).

Schemat punktowania:

1 p. – za wyciągnięcie wspólnego czynnika przed nawias i przekształcenie do iloczynu 35 i 2^n.

1 p. – za uzasadnienie, że zawsze liczba podzielna przez 2.

1 p. – za uzasadnienie, że dana liczba jest podzielna przez 7 i cały iloczyn przez 14.

Zadanie 11.

Szkic rozwiązania:

$$V_{sz} = 2^3 = 8$$

$$V_{naroża} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 1 = \frac{1}{6}$$

Ścięto 8 narożników więc objętość całej bryły obliczamy

$$V_b = 8 - 8\cdot\frac{1}{6} = 6\frac{2}{3}\left[dm^3\right]$$

Powstała figura ma 14 ścian. Jest 6 kwadratów o boku równym $\sqrt{2}$ dm (jako przeciwprostokątna w trójkącie prostokątnym równoramiennym o boku 1dm), a 8 trójkątów równobocznych o boku $\sqrt{2}$ dm.

$$P_c = 6\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2 + 8\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{2} = 12 + 4\sqrt{3} = 4\left(3+\sqrt{3}\right)\left[dm^2\right]$$

Odp. Objętość powstałej bryły wynosi $6\frac{2}{3}dm^3$, a pole powierzchni całkowitej $4\left(3+\sqrt{3}\right)dm^2$.

Schemat punktowania:

1 p. – za metodę obliczenia objętości 1 naroża.

1 p. – za metodę obliczenia objętości powstałej bryły.

1 p. – za poprawne określenie rodzaju ścian i ich ilości.

1 p. – za poprawną metodę obliczenia pola powierzchni całkowitej.

1 p. – za poprawne obliczenia w całym zadaniu i poprawną jednostkę.

Zadanie 12.

Szkic rozwiązania:

x – liczba wszystkich studentów
5 – liczba studentów, którzy otrzymali ocenę 5.
$0,25x$ – liczba studentów, którzy otrzymali ocenę 4.
$0,6x$ – liczba studentów, którzy otrzymali ocenę 3.
$x-(5+0,25x+0,6x)$ – liczba studentów, którzy otrzymali ocenę 2.
$x-(0,85x+5)=0,15x-5$ – liczba studentów, którzy otrzymali ocenę 2.
$\frac{5\cdot 5+0,25x\cdot 4+0,6x\cdot 3+(0,15x-5)\cdot 2}{x}$ – średnia z egzaminu wszystkich studentów

3,25 – średnia z egzaminu wszystkich studentów

$\frac{5\cdot 5+0,25x\cdot 4+0,6x\cdot 3+(0,15x-5)\cdot 2}{x}=3,25$ – równanie z warunków zadania

$$\frac{25+x+1,8x+0,3x-10}{x}=3,25$$

$$\frac{3,1x+15}{x}=3,25$$

$$3,1x+15=3,25x$$

$$0,15x=15$$

$$x=100$$

Odp. 10 studentów nie zdało egzaminu, a stypendium otrzymało 30 studentów.

Schemat punktowania:

1 p. – za poprawną metodę określenia liczby studentów, którzy otrzymali poszczególne stopnie z egzaminu.

1 p. – za poprawną metodę obliczania średniej z egzaminu.

1 p. – za poprawne równanie.

1 p. – za poprawne przekształcanie równania.

1 p. – za poprawne obliczenia w całym zadaniu (obie odpowiedzi).