

KOD

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Razem
Maksym. liczba punktów	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	40
Liczba zdobytych punktów													

Kuratorium Oświaty w Katowicach

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI Etap rejonowy – 19 stycznia 2010 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- ◆ Test składa się z 12 zadań. Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- ◆ Przeczytaj dokładnie treść zadań, zwracając uwagę na to, czy polecenie nakazuje podać jedynie wynik, czy też obliczyć szukaną wielkość (tzn. zapisać obliczenie) lub w inny sposób uzasadnić odpowiedź.
- ◆ W części I (zadania od 1 do 8) wpisz TAK lub NIE w kratce z lewej strony obok, każdej z trzech odpowiedzi. Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie, za każde z tych zadań, możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.
- ◆ Margines po prawej stronie kartki i ostatnia strona są przeznaczone na brudnopis.
- ◆ Notatki i obliczenia w brudnopisie nie podlegają ocenie.
- ◆ Zabronione jest korzystanie z kalkulatorów i korektorów pisma (ewentualne błędne zapisy należy wyraźnie skreślić).
- ◆ Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
- ◆ Aby zakwalifikować się do finału musisz zdobyć co najmniej 34 punkty.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia! ☺

Część I

Zadanie 1. (3 p.)

W równoległoboku o bokach 6 i 15 pole wynosi $45\sqrt{3}$.

Prawdą jest, że:

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

A. Jedna z wysokości równoległoboku ma długość $3\sqrt{3}$.

B. Kąt ostry ma miarę 60° .

C. Jedna z wysokości równoległoboku ma długość $7,5\sqrt{3}$.

Zadanie 2. (3 p.)

Kierowca jechał najpierw 3 godziny z prędkością 80 km/h, a potem 2 godziny z prędkością 70 km/h.

Prawdą jest, że:

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

A. Kierowca przebył 380 km.

B. Gdyby kierowca jechał całą drogę ze stałą prędkością 80 km/h to czas przejazdu skróciłby się o 15 minut.

C. Średnia prędkość w czasie tej podróży wynosi 75 km/h.

Zadanie 3. (3 p.)

Dana jest liczba $10^{92} - 92$.

Prawdą jest, że:

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

A. Suma cyfr tej liczby wynosi 818.

B. Liczba ta jest podzielna przez 4.

C. Liczba ta jest podzielna przez 8.

Zadanie 4. (3 p.)

Punkty $A(1;-2)$ i $B(4;2)$ są dwoma wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC .

Prawdą jest, że:

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | A. Pole tego trójkąta wynosi 12,5. |
| <input type="checkbox"/> | B. Wysokość tego trójkąta wynosi $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. |
| <input type="checkbox"/> | C. Obwód tego trójkąta wynosi 15 cm. |

Zadanie 5. (3 p.)

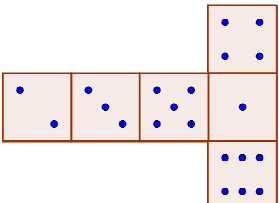
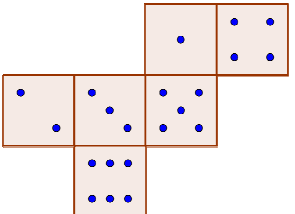
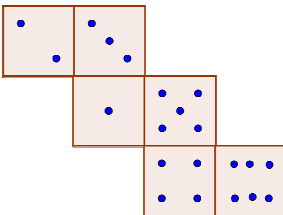
$S(n)$ oznacza sumę cyfr liczby naturalnej dodatniej.

Prawdą jest, że:

- | | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | A. Dla każdej liczby n : $S(n+1) > S(n)$. |
| <input type="checkbox"/> | B. Jeżeli n jest liczbą pięciocyfrową, to największa wartość $S(n)$ wynosi 45. |
| <input type="checkbox"/> | C. Jeżeli n liczbą sześciocyfrową to najmniejsza wartość $S(n)$ wynosi 1. |

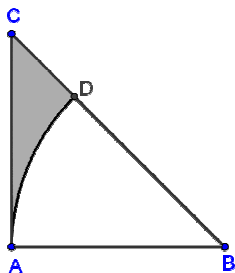
Zadanie 6. (3 p.)

Kostki do gry wykonane są zgodnie z następującą zasadą: suma oczek na dwóch przeciwległych ściankach zawsze jest równa siedem. Oceń, z której z narysowanych poniżej siatek można złożyć kostkę spełniającą ten warunek.

- | | | |
|--------------------------|----|---|
| <input type="checkbox"/> | A. |  |
| <input type="checkbox"/> | B. |  |
| <input type="checkbox"/> | C. |  |

Zadanie 7. (3 p.)

Dany jest trójkąt prostokątny równoramienny ABC o ramieniu 2 cm. Z wierzchołka B kąta ostrego wykreślono okrąg o promieniu 2 cm tak, że przeciął przeciwprostokątną w punkcie D (jak na rysunku).



Prawdą jest, że

- A. Długość łuku AD wynosi $\frac{\pi}{2}$ cm.
- B. Pole wycinka koła ABD wynosi $\frac{\pi}{2}$ cm².
- C. Pole figury ADC (zamalowana) wynosi $(2 - \pi)$ cm².

Zadanie 8. (3 p.)

Alek, Basia, Cecylia i Darek mają razem 200 płyt CD. Alek posiada 27% wszystkich płyt, Basia 33%, Cecylia 37%, a pozostałe ma Darek.

Prawdą jest, że:

- A. Darek ma 6 płyt.
- B. Basia ma o 6% więcej płyt niż ma Alek.
- C. Chłopcy mają razem 30% wszystkich płyt.

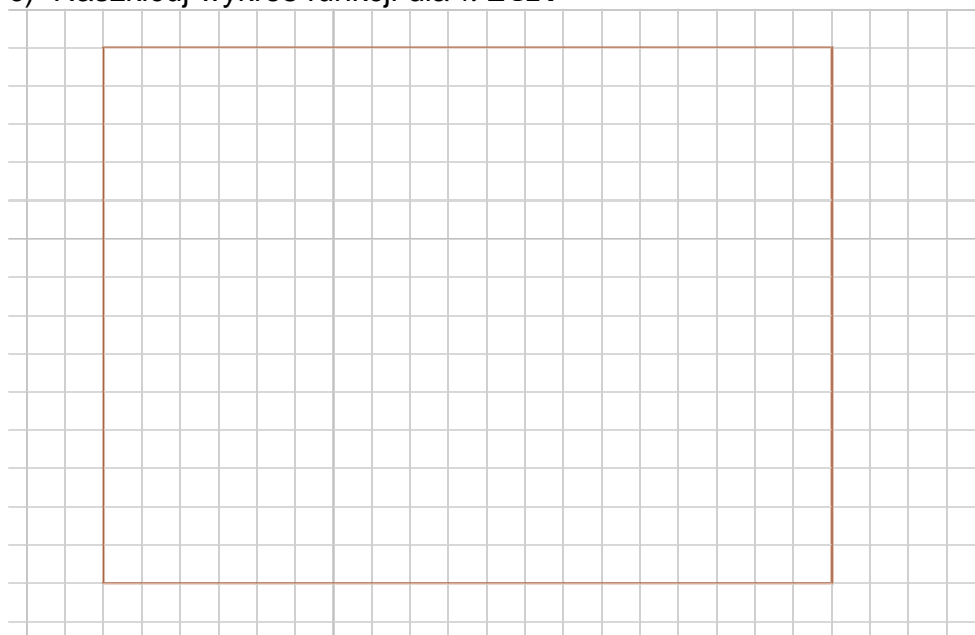
Część II

Zadanie 9. (4 p.)

Funkcja f określona jest na zbiorze liczb naturalnych dodatnich wzorem:

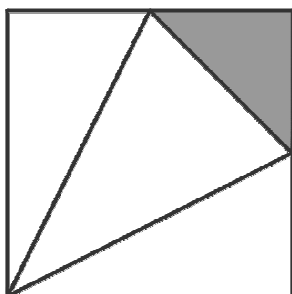
$$f(n) = \begin{cases} n-3, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą nieparzystą} \\ \frac{1}{2}n, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą parzystą} \end{cases}$$

- Oblicz $f(10)$.
- Wyznacz argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartość zero.
- Naszkiej wykres funkcji dla $n \leq 12$.



Zadanie 10. (4 p.)

Kwadrat podzielono na trójkąty w taki sposób, jak na rysunku, (podstawą jest trójkąt zamalowany). Otrzymano siatkę ostrosłupa. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa, jeżeli jego objętość wynosi 9 cm^3 .



Zadanie 11. (4 p.)

Jeżeli każdy bok danego prostokąta zwiększymy o 2 cm, to jego pole wzrośnie o 18 cm². O ile cm² zmieni się pole danego prostokąta, jeżeli każdy jego bok zmniejszymy o 1 cm ?

Zadanie 12. (4 p.)

Na pierwszym roku studiów, na kierunku budowa maszyn, kobiety stanowią 25% ogółu przyjętych. Gdyby w kolejnym roku liczba przyjętych pań wzrosła o $\frac{1}{3}$, a liczba mężczyzn zmalała o 20, to kobiety stanowiłyby $\frac{1}{3}$ ogółu studiujących na pierwszym roku. Oblicz, ile osób przyjęto na pierwszy rok tych studiów, oraz ilu jest wśród nich mężczyzn?